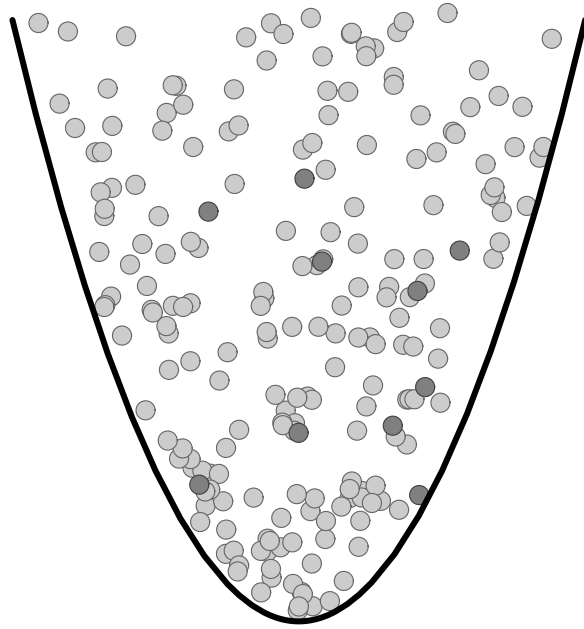
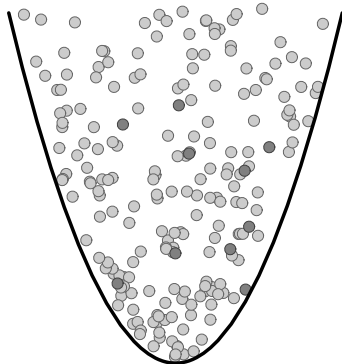


Sympathetische Kühlung von ^{87}Rb - ^{85}Rb -Gemischen



von
Olaf Mandel

Sympathetische Kühlung von ^{87}Rb - ^{85}Rb -Gemischen



Diplomarbeit an der Fakultät für Physik
der
Ludwig-Maximilians-Universität München
Lehrstuhl für Laserspektroskopie, Prof. T. W. Hänsch
und dem
Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching

von
Olaf Mandel

München, den 27.7.2001

1. Gutachter: Priv. Doz. Dr. T. Esslinger
2. Gutachter: Prof. Dr. A. Schenzle

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde ein ^{85}Rb -Atomgas durch thermischen Kontakt mit einem ^{87}Rb -Atomgas auf Temperaturen von weniger als $1\ \mu\text{K}$ gekühlt. Damit wurde die Methode der sympathetischen Kühlung erstmals in diesem Temperaturbereich für zwei verschiedene bosonische Atomsorten gezeigt. Die Eigenschaften des gemischten Gases wurden quantitativ untersucht und der Streuquerschnitt σ_{87-85} für Stöße zwischen den beiden Isotopen wurde bei einer Temperatur von $7\ \mu\text{K}$ bestimmt.

Eine existierende Apparatur zur Bose-Einstein-Kondensation wurde so umgebaut, daß neben ^{87}Rb zur selben Zeit auch das ebenfalls bosonische ^{85}Rb gefangen werden kann. Dazu ist der Aufbau der magneto-optischen Falle, der ersten Stufe auf dem Weg zum Bose-Einstein-Kondensat, abgeändert und um zwei neu gebaute Laser erweitert worden. In den so erzeugten Atomwolken sind beide Isotope in einem frei wählbaren Mischungsverhältnis enthalten.

Sympathetisches Kühlen, bei dem der ^{85}Rb -Anteil der Atomwolke durch elastische Interspezies-Stöße an die Temperatur des ^{87}Rb -Anteils der Wolke angekoppelt wird, wurde erfolgreich mit verschiedenen Anfangsparametern demonstriert. Sowohl ultrakalte isotopepure ^{85}Rb -Wolken mit Temperaturen nahe dem Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat als auch kalte gemischte Wolken lassen sich erzeugen.

Bei der Messung des Interspezies-Streuquerschnitts wurden gemischte Wolken aus dem thermischen Gleichgewicht gebracht und die Relaxation in einen neuen Gleichgewichtszustand beobachtet. Die Messung wurde mit Hilfe einer Monte-Carlo Simulation ausgewertet, die das zeitliche Verhalten einer gemischten Atomwolke unter Berücksichtigung von s -Wellen-Stößen simuliert. Die gemessene Streulänge ist

$$|a_{87-85}| = (208 \pm 23) \times a_0$$

in guter Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage $a_{87-85} = +(213 \pm 7) \times a_0$.

Durch die nun zur Verfügung stehenden Isotopen-Gemische können auch topologische Effekte wie das Entmischen der beiden Isotope bei verschiedenen Verhältnissen der Streulängen a_{87} , a_{85} und a_{87-85} zueinander untersucht werden. Gerade hier liegt einer der Vorteile des ^{87}Rb - ^{85}Rb -Gemisches: eine Feshbach-Resonanz erlaubt es, den Betrag und das Vorzeichen der Interspezies-Streulänge durch Anlegen eines externen Magnetfeldes beliebig einzustellen. Ferner rücken durch sympathetisches Kühlen Bose-Einstein-Kondensate aus schwer kühlbaren Atomen wie ^{133}Cs sowie das Erreichen des BCS-Übergangs für Fermionen wie ^6Li oder ^{84}Rb in greifbare Nähe.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	iii
Inhaltsverzeichnis	v
1. Einleitung	7
2. Theoretische Einführung	11
2.1. Ultrakalte Stöße	11
2.1.1. Beschreibung im Wellenbild	11
2.1.2. Ununterscheidbare Stoßpartner	12
2.1.3. Stöße niedriger Energie	13
2.1.4. Feshbach-Resonanzen	14
2.2. Einfluß der Streulänge auf das Kondensat	15
3. Experimentelle Techniken	19
3.1. Fallen für neutrale Atome	19
3.1.1. Die Magneto-Optische Falle	19
3.1.2. Die magnetische Quadrupol-Falle	21
3.1.3. Die QUIC-Falle	22
3.2. Evaporatives Kühlen	22
3.3. Abbildung	23
4. Experimenteller Aufbau	27
4.1. Apparatur	27
4.1.1. Magnetischer Transport	27
4.1.2. Vakuumkammer	28
4.1.3. Gitterstabilisierte Diodenlaser	29
4.1.4. Laserstabilisierung	29
4.1.5. ^{87}Rb -MOT	35
4.2. Erzeugung kalter Isotopengemische	35
4.2.1. Erweiterung des Lasersystems	35
4.2.2. Trapezverstärker Laserdiodensystem	36
4.2.3. Überblick	36
4.2.4. Gemischte-Isotopen-MOT	36
4.2.5. Umladen in die Magnetfalle	39
4.2.6. Transfer	39
4.2.7. Gemeinsame Abbildung von ^{87}Rb und ^{85}Rb	41

5. Sympathetisches Kühlen	43
5.1. Hintergrund	43
5.2. Isotopen-selektive Evaporation	44
5.3. ^{85}Rb -Kondensat ?	46
6. Messung des Interspezies-Streuquerschnitts	49
6.1. Charakterisierung der Apparatur	50
6.1.1. Fallen-Lebensdauer	50
6.1.2. Fallenfrequenzen	50
6.1.3. Stabilität der Atomzahlen	50
6.2. Vorgehen bei der Messung	52
6.3. Auswertung der Meßreihen	52
6.3.1. Ableitung des Streuquerschnitts aus Relaxationszeiten	53
6.3.2. Auswertung der Monte-Carlo Simulation	54
6.3.3. Bestimmung von σ_{87-85}	56
7. Monte-Carlo Simulation der Wolken-Relaxation	59
7.1. Konzept	59
7.1.1. Bewegung	60
7.1.2. Stöße	62
7.1.3. Parameterwahl	62
7.2. Implementierung	63
7.2.1. Parallelisierung	63
7.2.2. Erzeugung von Zufallszahlen	63
7.2.3. Anfangsverteilungen	64
7.2.4. Beobachtungsmöglichkeiten	65
7.2.5. Überprüfung der Funktionsfähigkeit	66
8. Ausblick	67
A. Daten für Rubidium	69
B. Abkürzungsverzeichnis	71
Danksagung	73
Literaturverzeichnis	75
Abbildungsverzeichnis	79
Tabellenverzeichnis	81
Index	83

1. Einleitung

Was vor inzwischen 77 Jahren als Gedankenexperiment begann, hat sich seit der experimentellen Realisierung vor sechs Jahren [1, 2, 3] zu einem immer schneller anwachsenden Gebiet aufregender Forschung entwickelt: die Bose-Einstein-Kondensation (*BEC*).

Das Faszinierende an Bose-Einstein-Kondensaten ist, daß makroskopische Quantenphänomene untersucht und mit einfachen Modellsystemen verglichen werden können. Die Forschung an Bose-Einstein-Kondensaten verbindet verschiedene Gebiete der Physik wie Festkörperphysik, Strömungslehre und Atomphysik: Kondensate werden in optischen Kristallen untersucht, sie können Wirbel und Solitonen bilden, sowie kohärente Materiewellen emittieren.

Bei allen bisherigen Bose-Einstein-Kondensaten war der letzte Kühlschritt das evaporative Kühlen. Bei dieser Technik werden die zu kühlenden Atome in einer meist magnetischen Falle im Vakuum gefangen, so daß kein thermischer Kontakt mit der "heißen" Umgebung mehr besteht. Dann werden die heißesten Atome aus der Falle entfernt, woraufhin die in der Falle verbliebenen Atome zu einer niedrigeren Temperatur thermalisieren. Durch langsames Senken der Falltiefe, lassen sich beinahe beliebig kleine Temperaturen erreichen. Dieser Vorgang ähnelt der dampfenden Flüssigkeit: auch dort entweichen die heißesten Teilchen und der Rest kühlt sich auf diese Weise ab.

Die gerade erwähnte Rethermalisierung der Atome geschieht dabei durch elastische Stöße zwischen den Atomen. Dies sind bei tieferen Temperaturen in der Hauptsache *s*-Wellenstöße, die durch den Streuquerschnitt σ beschrieben werden. Dadurch wird kinetische Energie zwischen den Atomen ausgetauscht und eine thermische Verteilung stellt sich ein. Je größer der Streuquerschnitt ist, umso größer ist die Stoßrate und desto schneller erfolgt die Rethermalisierung.

Für Fälle, in denen evaporatives Kühlen nicht angewendet werden kann weil z. B. der elastische Streuquerschnitt zu klein ist, wurde vor einigen Jahren eine andere Methode vorgeschlagen: das sympathetische Kühlen [4]. Dabei werden die zu kühlenden Atome an ein Wärmebad angekoppelt und nehmen dessen Temperatur an. Wird nun das Wärmebad abgekühlt, so sinkt auch die Temperatur der zu kühlenden Atome. Das Wärmebad besteht ebenfalls aus einer Atomwolke und deren Temperatur wird durch evaporatives Kühlen gesenkt.

Ein Beispiel, wo evaporatives Kühlen nicht gut funktioniert, weil der Streuquerschnitt zu klein ist, ist ^{85}Rb . Dabei wäre gerade ^{85}Rb ein interessanter Kandidat für ein Bose-Einstein-Kondensat: Durch eine Feshbach-Resonanz kann die Streulänge von ^{85}Rb bei kleinen Temperaturen beliebig eingestellt werden, was sehr spannende Experimente an Kondensaten mit variabler Streulänge erlaubt [5]. Außerdem wird eine weitere Feshbachresonanz im Interspezies-Streuquerschnitt zwischen ^{87}Rb und ^{85}Rb vorhergesagt [4].

^{85}Rb hat bei Stoßenergien von $\approx k_{\text{B}} \times 300 \mu\text{K}$ einen verschwindenden *s*-Wellen-Streuquerschnitt wie in Abbildung 1.1 auf der nächsten Seite zu sehen und kann daher bei dieser Temperatur nicht evaporativ gekühlt werden. Zwar kann durch adiabatische Expansion der

Falle die Temperatur so weit gesenkt werden, daß der Streuquerschnitt wieder groß wird, aber die entsprechend geringe Stoßrate hat eine sehr lange Evaporationszeit zur Folge [6].

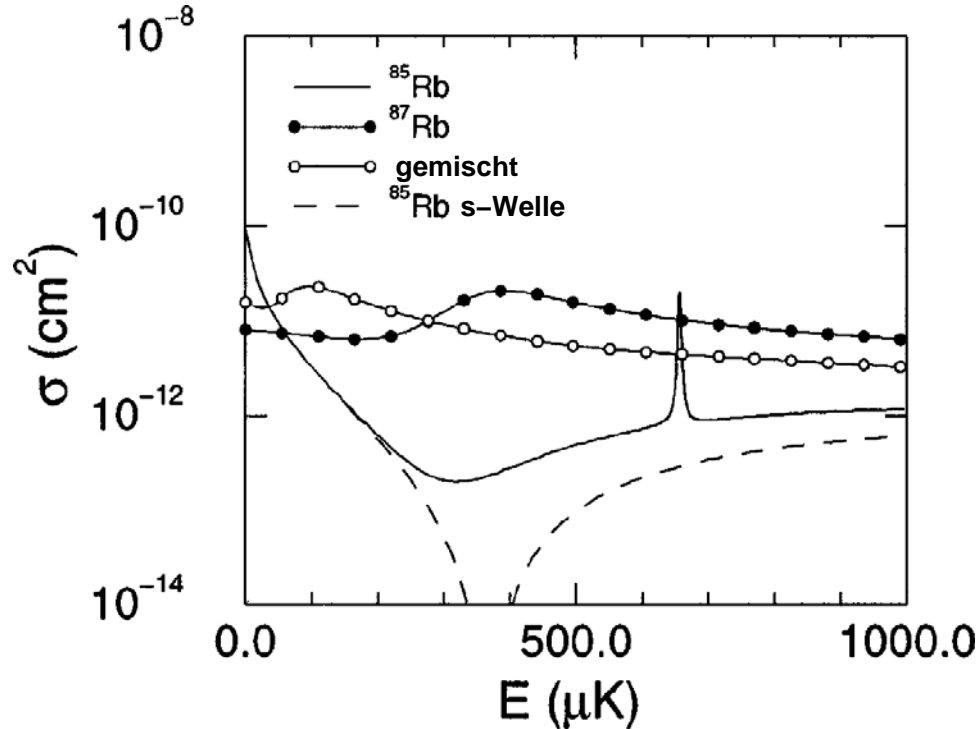


Abbildung 1.1.: Gezeigt werden die errechneten Werte des ^{87}Rb - und des ^{85}Rb -Streuquerschnitts sowie die des ^{87}Rb - ^{85}Rb -Interspezies-Streuquerschnitts, aufgetragen gegen die kinetische Energie $\hat{=}$ Temperatur. Zusätzlich ist gestrichelt der s -Wellenanteil des ^{85}Rb -Streuquerschnitts markiert. (Entnommen aus [4, Fig 1])

Dagegen ist der Interspezies-Streuquerschnitt zwischen ^{87}Rb und ^{85}Rb über den ganzen interessierenden Temperaturbereich konstant hoch und dadurch bietet sich sympathetisches Kühlen für ^{85}Rb an. In dieser Arbeit wurde ^{85}Rb mit ^{87}Rb als Wärmebad sympathetische gekühlt. Dies stellt die erste sympathetische Kühlung zwischen zwei verschiedenen bosonischen Atomspezies dar.

Neben der Demonstration sympathetischen Kühlens zwischen unterschiedlichen bosonischen Atomen wurde im Rahmen dieser Arbeit zusätzlich der Interspezies-Streuquerschnitt σ_{87-85} zwischen ^{87}Rb und ^{85}Rb gemessen [7]. Dazu wurde die Relaxationszeit einer aus dem thermischen Gleichgewicht gebrachten Atomwolke aus reinem ^{87}Rb und die des ^{87}Rb -Anteils einer gemischten ^{87}Rb - ^{85}Rb -Wolke ermittelt. Die Relaxation erfolgt durch eine Mischung von ^{87}Rb -Intraspezies-Stößen und ^{87}Rb - ^{85}Rb -Interspezies-Stößen. Zur Auswertung wurde eine Monte-Carlo Simulation entwickelt, die sowohl beliebige Fallenpotentiale als auch Gemische mehrerer Teilchen-Spezies simulieren kann. Das Programm ist modular ge-

schrieben und kann dadurch an neue Erfordernisse angepaßt werden. Aus der Messung läßt sich damit in guter Übereinstimmung mit der Theorie ($a_{87-85} = +(213 \pm 7) \times a_0$ [8]) für die Interspezies-Streulänge ableiten:

$$|a_{87-85}| = (208 \pm 23) \times a_0$$

Gliederung der Arbeit

Kapitel 2 gibt eine Einführung in die Theorie ultrakalter Stöße. Zusätzlich wird der Einfluß der Streulänge auf die Eigenschaften des Kondensates dargestellt.

Kapitel 3 stellt die wesentlichen experimentellen Techniken vor, die zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten benötigt werden. Neben der magneto-optischen Falle und rein magnetischen Atomfallen wird auch das Prinzip des evaporativen Kühlens beschrieben.

Im ersten Teil von Kapitel 4 wird dann die Implementierung der Grundlagen aus Kapitel 3 in der verwendeten Apparatur gezeigt. Der zweite Teil beschreibt die Erweiterungen, die einen Betrieb mit zwei Rubidium-Isotopen gleichzeitig ermöglichen.

Kapitel 5 stellt das Konzept des sympathetischen Kühlens noch einmal ausführlicher dar und dokumentiert die Realisierung des ersten sympathetischen Kühlens zwischen zwei verschiedenen neutralen bosonischen Atomspezies.

Kapitel 6 stellt die erste quantitative Messung des Rubidium-Interspezies-Streuquerschnitts σ_{87-85} vor. Die Apparatur wird charakterisiert, die Meßmethode beschrieben und die Auswertung detailliert dargestellt.

Kapitel 7 zeigt das Konzept einer komplexen und vielseitig erweiterbaren Simulation sowie Details der Implementierung. Mit der Simulation kann ein Multi-Spezies-System in beliebigen Fallenpotentialen modelliert und sein zeitliches Verhalten untersucht werden.

2. Theoretische Einführung

Schon bei der Erzeugung kalter Gaswolken spielen Stöße eine zentrale Rolle, da durch sie Energie und Impuls zwischen einzelnen Atomen der Wolke während des Kühlvorgangs ausgetauscht werden (siehe auch Kapitel 3.2 auf Seite 22). Der erste Teil dieses Kapitels soll daher die Grundlagen binärer ultrakalter Stöße beschreiben.

Auch bei der Beschreibung des Ruhezustandes eines Bose-Einstein-Kondensates (*BEC*) sind Stöße von zentraler Bedeutung: sie bestimmen Form, Energie und Anregungsspektrum eines *BECs*, wie es kurz im letzten Teil dieses Kapitels erläutert wird. Für eine weiterführende Beschreibung siehe z. B. die Referenzen [9, 10].

2.1. Ultrakalte Stöße

Im Allgemeinen wird ein Stoß zwischen zwei Teilchen mit den Orten \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 , den Geschwindigkeiten \mathbf{v}_1 und \mathbf{v}_2 und den Massen m_1 und m_2 in relativen Koordinaten behandelt, so daß nur ein Teilchen reduzierter Masse m betrachtet wird, welches mit Geschwindigkeit \mathbf{v} an einem Streupotential im Zentrum des Koordinatensystems stößt:

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (2.1a)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \quad (2.1b)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 . \quad (2.1c)$$

Dadurch wird die Relativbewegung innerhalb des Zwei-Teilchen-Systems von der vom Stoß unbeeinflussten Schwerpunktsbewegung des Systems separiert und nur noch die Relativbewegung betrachtet.

2.1.1. Beschreibung im Wellenbild

Der Hamilton-Operator der Relativ-Bewegung im Potential $V(\mathbf{r})$ lautet:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{m} + V(\hat{\mathbf{r}}) . \quad (2.2)$$

Als Lösung für große Entfernungen vom Zentrum ergibt sich eine Überlagerung aus einer einlaufenden ebenen Welle und einer auslaufenden Kugelwelle. Mit dem Wellenvektor \mathbf{k} läßt sich die Lösung der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung für Eigenenergien $E_k = \hbar^2 k^2 / (2m)$ ausdrücken als:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \propto e^{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \frac{e^{i k r}}{r} . \quad (2.3)$$

Dabei ist $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ die vom Wellenvektor k , der Einfallrichtung $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$ und der Beobachtungsrichtung $\mathbf{n}' = \mathbf{r}/r$ abhängige Streuamplitude. Es folgt aus der Schrödinger-Gleichung:

$$f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{n}'\cdot\mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}') d^3r'. \quad (2.4)$$

Für ein radialsymmetrisches Streu-Potential ist auch die Streuamplitude radialsymmetrisch und nur noch von k und $\vartheta = \angle(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$ abhängig. Durch diese Symmetrie bieten sich als Basis die Kugelflächenfunktionen an. Mit Hilfe einer Partialwellenzerlegung der Wellenfunktion

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m_l=-l}^{+l} Y_l^{m_l}(\vartheta, \varphi) \frac{u_{k,l,m_l}(r)}{r} \quad (2.5)$$

kann die Schrödinger-Gleichung dann in eine radiale Differentialgleichung überführt werden:

$$u_{k,l}''(r) + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2mV(r)}{\hbar^2} \right) u_{k,l}(r) = 0. \quad (2.6)$$

Dabei ist $u_{k,l} \equiv u_{k,l,m_l=0}$. Entsprechend wird auch die Streuamplitude in eine Summe von Partialwellen zerlegt:

$$f(k, \vartheta) = \frac{1}{2ik} \sum_l (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos\vartheta) \quad (2.7)$$

mit den Streuphasen δ_l der Partialwellen. Sie folgen aus der radialen Wellengleichung (2.6). Über die Streuamplitude kann der Streuquerschnitt σ berechnet werden. Der Streuquerschnitt ist anschaulich die Querschnittsfläche eines kugelförmigen, harten Streupotentials. Im Allgemeinen gilt jedoch:

$$\sigma := \int_{4\pi} |f|^2 d\Omega = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \sin^2 \delta_l. \quad (2.8)$$

2.1.2. Ununterscheidbare Stoßpartner

Betrachten wir nun den Fall identischer Stoßpartner. In diesem Fall sind die Teilchen nicht unterscheidbar und ein bestimmter Winkel in einem Stoß kann auf zwei unterschiedliche Weisen realisiert werden (vgl. Abbildung 2.1 auf der nächsten Seite).

Für die Gesamt-Wellenfunktion muß eine Symmetrie bei Vertauschung der Teilchen gelten:

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \pm \Psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \text{ für } \begin{array}{l} \text{Bosonen} \\ \text{Fermionen} \end{array}. \quad (2.9)$$

Beim Übergang in relative Koordinaten wird dies zu:

$$\psi(\mathbf{r}) = \pm \psi(-\mathbf{r}). \quad (2.10)$$

Mit diesem Ansatz kann wieder die Schrödingergleichung gelöst werden. Hierbei tauchen allerdings Terme $P_l(\cos \vartheta) \pm P_l(-\cos \vartheta)$ auf. Mit der Symmetrie der Legendre-Polynome gilt dann:

$$\text{Bosonen: } \sigma = 2 \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l \text{ gerade}} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (2.11a)$$

$$\text{Fermionen: } \sigma = 2 \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l \text{ ungerade}} (2l+1) \sin^2 \delta_l. \quad (2.11b)$$

Im Vergleich zur Definition (2.8) fällt auf, daß die Summen hier nur über jeweils die Hälfte der möglichen Drehimpulse laufen. Dafür ist jeder einzelne Summand mit einem Faktor 2 gewichtet.

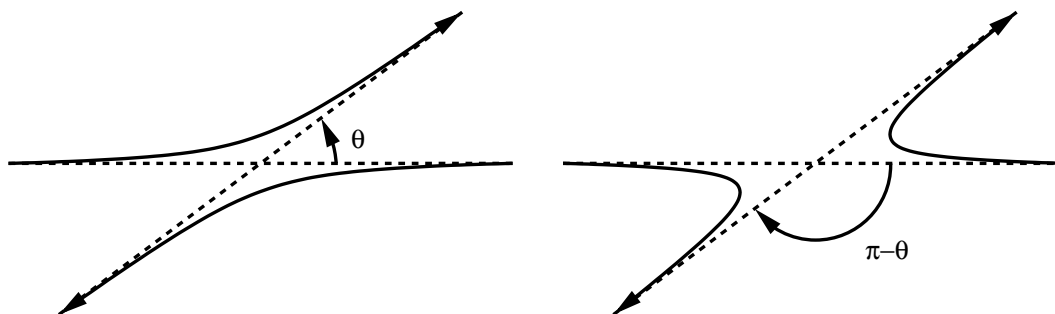


Abbildung 2.1.: Die beiden gezeigten Stöße sehen zwar in großen Entfernungen von Fallenzentrum gleich aus, haben aber intern einen unterschiedlichen Ablauf.

2.1.3. Stöße niedriger Energie

Im Fall niedriger Stoßenergien wird das durch die Zentrifugal-Barriere erzeugte Pseudopotential

$$V_{\text{zentr}} = \frac{\hbar^2}{2m r^2} l(l+1) \quad (2.12)$$

groß gegen das Molekül-Potential. Diese Barriere reflektiert die Atome, bevor diese in den Bereich des Molekül-Potentials kommen können. Atome mit $l \neq 0$ stoßen also nicht miteinander, bei ultrakalten Temperaturen gibt es nur s -Wellen-Stöße.

Etwas formaler kann gezeigt werden [9], daß für kleine Energien und damit für kleine Wellenvektoren k gilt:

$$\delta_l \propto k^{2l+1} \quad (2.13)$$

und damit von den Summen in den Gleichungen (2.8) bzw. (2.11) für $k \rightarrow 0$ nur der Anteil mit $l = 0$ übrig bleibt:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \sigma_{l \neq 0} = 0. \quad (2.14)$$

Im Fall identischer Fermionen, in dem die Summation nur über ungerade l läuft, wird der Stoßquerschnitt also genau gleich Null. *Bei niedrigen Energien stoßen identische Fermionen nicht.* Für identische Bosonen dagegen ergibt sich mit der Streulänge $a = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0(k)}{k}$:

$$\sigma = 8 \pi a^2. \quad (2.15)$$

Durch die Annahme identischer Bosonen hat sich ein Faktor 2 im Streuquerschnitt ergeben. Für nicht identische Teilchen gilt dagegen:

$$\sigma = 4 \pi a^2. \quad (2.16)$$

2.1.4. Feshbach-Resonanzen

Bisher wurde vom Streupotential nur vorausgesetzt, daß es radialsymmetrisch ist. Nun beschränken wir uns auf den am häufigsten vorkommenden Fall eines für mittlere bis große Entfernungen attraktiven Potentials mit nur einem Potentialminimum. Dann gibt es auch gebundene Zustände des Potentials, sowie freie quasi-gebundene Zustände. Wird die radiale Differential-Gleichung (2.6) z. B. für ein bei r_c abgeschnittenes Van der Waals-Potential (vgl. Abbildung 2.2 auf Seite 16)

$$V(r) = \begin{cases} +\infty & \text{für } r < r_c \\ -\frac{C_6}{r^6} & \text{für } r \geq r_c \end{cases} \quad (2.17)$$

gelöst, so ergibt sich mit $a_c := \left(\frac{2mC_6}{\hbar^2}\right)^{1/4}$ eine Streulänge von

$$a = \frac{\Gamma(3/4)}{2\sqrt{2}\Gamma(5/4)} a_c \left(1 - \tan\left(\frac{a_c^2}{2r_c^2} - \frac{3\pi}{8}\right)\right). \quad (2.18)$$

Die Streulänge variiert bei Veränderung der Potentialtiefe über den gesamten reellen Bereich. Ein Sprung des Tangens von $-\infty$ nach $+\infty$ geschieht immer dann, wenn ein Energie-Zustand gerade noch oder gerade nicht mehr im Potential gebunden ist. Auch alle anderen attraktiven Potentiale zeigen ein vergleichbares Verhalten.

Ein Energie-Zustand bei Null ist deshalb ausgezeichnet, weil er dann in Resonanz mit der Energie des einfallenden Stoßpartners (im $\lim_{k \rightarrow 0}$) ist. Ließen sich also die Energieniveaus des Streupotentials verschieben, könnte eine Resonanz in der Streulänge erzeugt werden.

Im Fall der Feshbach-Resonanz wird etwas sehr ähnliches getan: Zu Beginn der Kollision läuft das Teilchen auf einem Streupotential V_1 ein. Neben diesem gibt es aber weitere Potentiale aufgrund der verschiedenen Fein- und Hyperfeinzustände des Atoms. Das Potential V_2 habe einen Energiezustand beinahe resonant zur Energie des einfallenden Teilchens. Kann das einfallende Teilchen nun mit V_2 wechselwirken, so tritt dadurch eine ähnliche Resonanz auf wie die gerade beschriebene. Zusätzlich können aufgrund der verschiedenen Landé g_F -Faktoren die Potentiale gegeneinander verschoben und so die Resonanz kontrolliert werden. In der Nähe einer Feshbach-Resonanz variiert die Streulänge wie [11]:

$$a(B) = \tilde{a} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right) \quad (2.19)$$

mit dem Wert der Streulänge \tilde{a} weit von der Resonanz entfernt, der Breite der Resonanz Δ und dem Magnetfeld im Zentrum der Resonanz B_0 . Über das Vorzeichen der Breite Δ wird festgelegt, ob die Streulänge für Magnetfelder größer oder kleiner als B_0 negativ wird. Ein Beispiel für eine Feshbach-Resonanz zeigt Abbildung 2.3 auf der nächsten Seite.

2.2. Einfluß der Streulänge auf das Kondensat

Die Beschreibung eines Bose-Einstein-Kondensates basiert meistens auf einer nicht-linearen Schrödinger-Gleichung, der Gross-Pitaevskii-Gleichung (*GPE*, für eine Übersicht siehe z. B. Referenz [12]):

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + \frac{4\pi \hbar^2 a}{m} |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \psi(\mathbf{r}, t). \quad (2.20)$$

In dieser modelliert der dritte Term in der Klammer die Wechselwirkung zwischen den Atomen aufgrund binärer *s*-Wellen-Stöße durch ein ausgeschmiertes “Mean-Field”. Dominiert dieser Term über die kinetische Energie, so werden die Eigenschaften des Kondensates durch die Streulänge a bestimmt. Dies ist bereits bei Wolkengrößen von 10^4 Atomen der Fall.

Die Grundzustands-Energie der *GPE* (2.20) kann für ein harmonisches Fallenpotential mit den Fallenfrequenzen ω_{\perp} und ω_z berechnet werden:

$$E(\psi) = \int \left(\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{m}{2} (\omega_{\perp}^2 x^2 + \omega_{\perp}^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) |\psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{2\pi \hbar^2 a}{m} |\psi(\mathbf{r})|^4 \right) d\mathbf{r} \quad (2.21)$$

dabei ergibt der letzte Term die sogenannte “Mean-Field-Energie”. Ist in Gleichung (2.21) die kinetische Energie klein gegen die Mean-Field-Energie, dann kann in der *GPE* (2.20) der Term der kinetischen Energie vernachlässigt werden und die genäherte Lösung ist (Thomas-Fermi-Näherung):

$$\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{m}{4\pi \hbar^2 a} \max(0, \mu - V(\mathbf{r}))}. \quad (2.22)$$

Das Kondensat in einer harmonischen Falle hat dadurch also eine Dichteverteilung mit der Form einer umgedrehten Parabel ($n \propto |\psi|^2$). Das chemische Potential μ ergibt sich aus der Teilchenzahl-Erhaltung:

$$\mu = \frac{\hbar \omega}{2} \left(15 N \frac{a}{a_{\text{ho}}} \right)^{2/5} \quad (2.23)$$

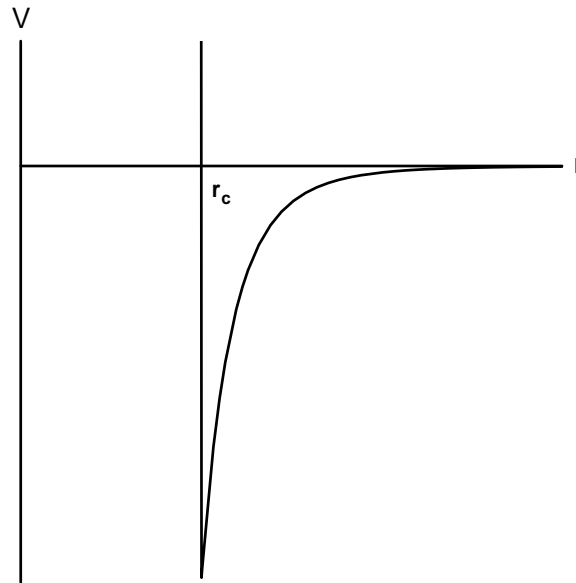


Abbildung 2.2.: Darstellung eines Van der Waals-Potentials in freien Einheiten.

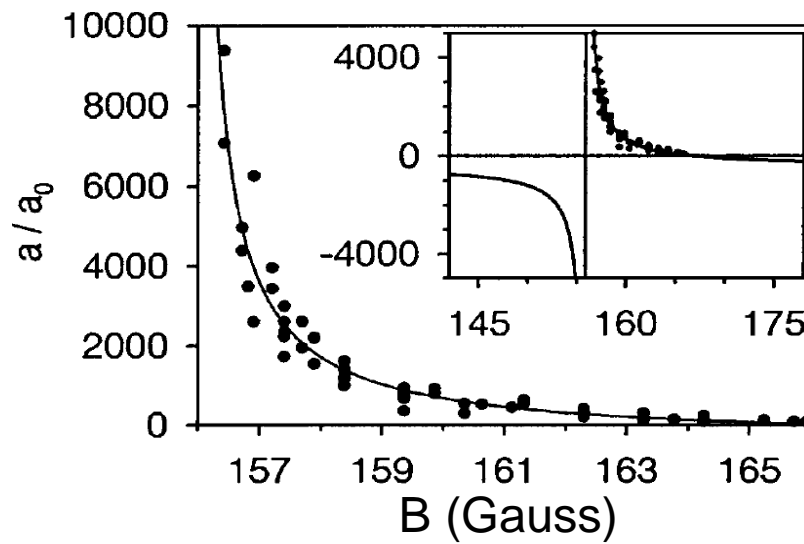


Abbildung 2.3.: Messung der Streulänge bei einer Feshbach-Resonanz für ^{85}Rb entnommen aus [6, Fig 1]. Aufgetragen ist die Streulänge gegen das Magnetfeld. In dem eingesetzten Bild wird die Position der Meßdaten in einer Übersicht über die Feshbach-Resonanz gezeigt.

mit der harmonischen Oszillatorlänge $a_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/m\omega}$.

Für negative Werte der Streulänge a ist die Thomas-Fermi-Näherung nicht mehr gültig, ein *BEC* ist hier nur für kleine Atomzahlen stabil. Bei positiven Werten der Streulänge sinkt der Scheitelpunkt der Parabel mit zunehmendem a immer weiter ab und die Parabel wird breiter, wie in Abbildung 2.4 zu sehen ist.

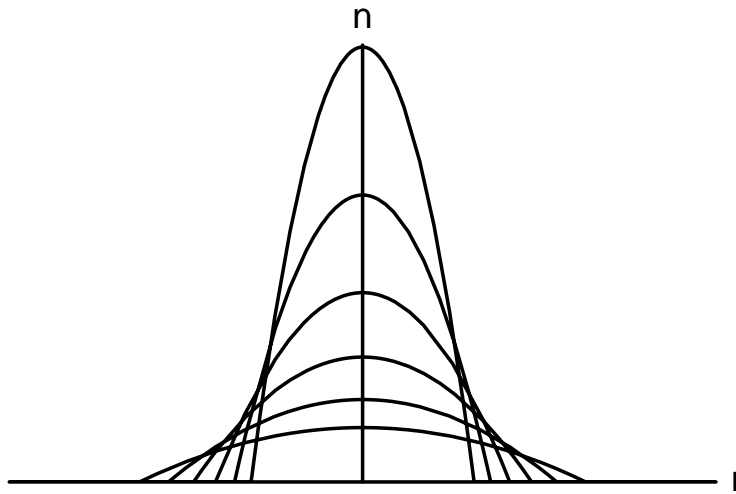


Abbildung 2.4.: Die Dichte-Verteilung eines *BECs* in Thomas-Fermi-Näherung. Die einzelnen Kurven zeigen die Dichte für verschiedene Werte der Streulänge a . Die Kurve mit der höchsten Zentrums-Intensität hat die kleinste Streulänge und jede weitere Kurve hat die jeweils doppelte Streulänge der vorherigen.

3. Experimentelle Techniken

Bose-Einstein-Kondensation tritt ein, wenn sich ultrakalte Teilchen, aufgrund der Heisenberg'schen Unschärfe also im Ortsraum ausgeschmierte Wellenpakete, einander so weit nähern, daß die Wellenpakete verschiedener Teilchen sich überlagern. Eine genauere Rechnung [13] zeigt, daß die Phasenraumdichte über einen kritischen Wert, gegeben durch die Riemann-Zeta-Funktion, gehoben werden muß. Im homogenen Fall ist dies:

$$n\lambda_{\text{dB}}^3 \geq \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \approx 2,612. \quad (3.1)$$

Zum Vergleich: die Phasenraumdichte in der Vakuumkammer ist bei Raumtemperatur nur $\approx 10^{-20}$. In diesem Kapitel werden die in den letzten Jahren entwickelten Techniken dargestellt, mit denen sich die Phasenraumdichte derart steigern läßt. Auch die verwendete Meßmethode zur Bestimmung aller wesentlichen Daten wie Dichte, Temperatur und Form der Wolke, wird beschrieben. Eine breitere Einführung in den experimentellen Umgang mit Bose-Einstein-Kondensaten (*BEC*) gibt Referenz [14]. In vielen Experimenten entspricht die kritische Phasenraumdichte einer Temperatur von einigen 100 nK. Schon der Abschirmung gegen die "heiße" Umgebung wegen werden die zu kühlenden Atome in einer Vakuumapparatur in Atomfallen gehalten.

Von den 20 Größenordnungen in der Phasenraumdichte werden 14 durch die sogenannte magneto-optische Falle (*MOT*) überbrückt, einem Laserkühlverfahren. Gleichzeitig ist die *MOT* auch eine effektive Atomfalle. Die restlichen 6 Größenordnungen werden durch das ebenfalls hier beschriebene evaporative Kühlen erreicht. Als Atomfalle wird dabei bis auf eine Ausnahme [15] immer eine rein magnetischen Falle verwendet.

3.1. Fallen für neutrale Atome

Neutrale Atome werden meistens in einem von drei Fallentypen gefangen: der magneto-optischen Falle, basierend auf Absorption und Reemission von Photonen; der Dipol-Falle, basierend auf der Stark-Verschiebung der Atomniveaus durch das Lichtfeld; magnetische Fallen, die auf der Zeeman-Aufspaltung beruhen.

In dieser Arbeit werden sowohl magneto-optische Fallen, als auch magnetische Fallen verwendet. Dipol-Fallen werden hier nicht beschrieben, eine gute Einführung in das Feld bietet aber Referenz [16].

3.1.1. Die Magneto-Optische Falle

In einer magneto-optischen Falle [17] werden Atome durch Lichtkräfte gefangen und gekühlt. Seit ihrer Einführung hat sie einen festen Platz in vielen Experimenten mit kalten Atomen eingenommen. Dies liegt sowohl an ihrer relativ universellen Einsetzbarkeit (neutrale

Atome mit einem geschlossenen Übergang, $F' > 0$, ihrer Robustheit (selbst unter kleineren Dejustagen funktioniert eine MOT noch zufriedenstellend) als auch an der hohen Endzahl an gefangenen Atomen. Die Funktionsweise der MOT läßt sich in zwei einfachen Schritten darstellen:

Optische Melasse

Die MOT basiert in ihrem Grundgedanken auf der optischen Melasse, einer Möglichkeit, durch Laserlicht eine Reibungskraft auf Atome auszuüben, die diese dann kühlt. Anforderung an die zu kühlende Atomsorte ist, daß ein geschlossener Übergang vorhanden sein muß.

Die optische Melasse kann basierend auf folgender vereinfachter Vorstellung verstanden werden: ein Atom bewegt sich entgegen der Ausbreitungsrichtung eines zum atomaren Übergang rot verstimmt Laserstrahls. Absorbiert das Atom nun ein Photon aus dem Strahl, so wird der Impuls des Photons auf das Atom übertragen und bei der folgenden spontanen Reemission erhält es einen zweiten Photonenimpuls in zufällige Richtung. Gemittelt über viele Absorptions- und Reemissionszyklen bleibt ein Impulsübertrag in Ausbreitungsrichtung des Lasers übrig. Da die Absorptionswahrscheinlichkeit in erster Ordnung proportional zur Verstimmung und damit zur Geschwindigkeit des Atoms auf den Laser zu ist, absorbieren Atome umso mehr Photonen und werden umso stärker abgebremst, je schneller sie sich auf den Laser zu bewegen.

Wird das Atom aus allen sechs Raumrichtungen mit rot-verstimmt Licht beleuchtet, so wird ein bewegtes Atom immer abgebremst, unabhängig von der Bewegungsrichtung. Nur der Betrag der Geschwindigkeit ist für die Stärke der bremsenden Kraft entscheidend, analog zu einer klassischen Reibungskraft. Daher auch der Name "optische Melasse": die Atome bewegen sich innerhalb der Laserstrahlen sehr langsam. Da jedoch die Geschwindigkeit weder ganz verschwindet (aufgrund der spontanen Reemission) noch eine Abhängigkeit der Reibungs-Kraft vom Ort gegeben ist, bildet eine optische Melasse keine Falle.

Erweiterung zur MOT

Um eine Falle zu bilden, wird mit einem inhomogenen Magnetfeld die Absorptionswahrscheinlichkeit für Photonen, die das Atom zum Fallenzentrum zurückbewegen würden, erhöht und Photonen, die das Atom vom Fallenzentrum fortreiben würden, werden mit geringerer Wahrscheinlichkeit absorbiert. Das Magnetfeld führt zu einer ortsabhängigen Zeeman-Aufspaltung der einzelnen magnetischen Unterniveaus und die Selektion, aus welchem der Strahlen ein Photon absorbiert wird, geschieht durch verschiedene zirkulare Polarisierungen der Laserstrahlen.

Abbildung 3.1 auf der nächsten Seite verdeutlicht dies in etwas vereinfachter Form für den Fall eines Atoms im $F=0$ -Zustand: Für ein Atom im Bereich positiver z ist der $m_{F'} = -1$ -Zustand näher resonant zum Laserlicht als der $m_{F'} = +1$ -Zustand und daher wird auch bevorzugt σ^- -Licht absorbiert, das den Übergang $|F=0, m_F=0\rangle \rightarrow |F'=1, m_{F'}=-1\rangle$ treibt. Da das σ^- -polarisierte Licht aus der positiven z -Richtung eingestrahlt wird, überträgt es bei Absorption auf das Atom einen Impuls in Richtung des Fallenzentrums. Umgekehrt wird ein Atom auf der anderen Seite des Ursprungs Photonen des σ^+ -polarisierten Strahls

absorbieren und das Atom wird wieder zum Fallenzentrum hin beschleunigt. Dies ergibt insgesamt eine Kraft proportional zur Entfernung des Atoms vom Fallenzentrum. Durch Erweiterung auf alle drei Raumachsen läßt sich so eine Falle realisieren.

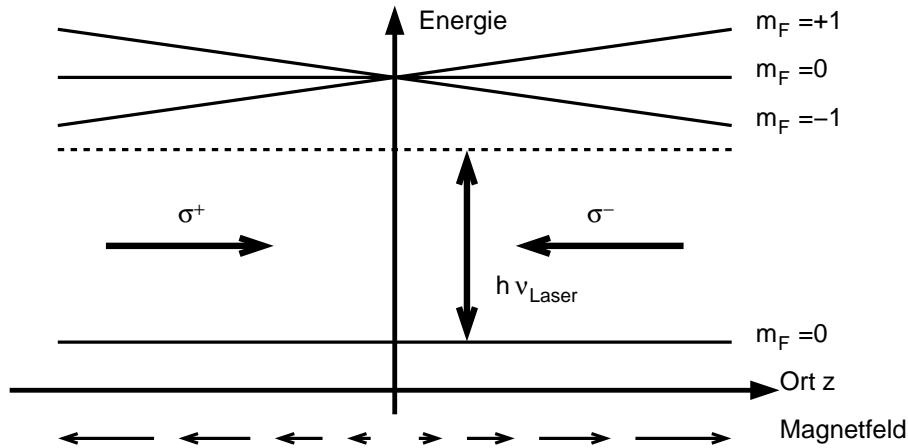


Abbildung 3.1.: Prinzip der MOT beispielhaft am Fall eines $|F = 0\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$ -Übergangs

3.1.2. Die magnetische Quadrupol-Falle

Atome mit einem magnetischen Moment μ haben in einem Magnetfeld B eine Energie von:

$$E = -\mu \cdot B. \quad (3.2)$$

Bewegt sich das Atom nun langsam gegenüber der Larmorfrequenz $\omega_L = \mu B/\hbar$, also:

$$v \cdot \nabla \left(\frac{B}{B} \right) \ll \omega_L \quad (3.3)$$

so bleibt durch die Larmorpräzision die Einstellung des magnetischen Moments zum Magnetfeld erhalten. Es gilt dann:

$$E(\mathbf{r}) = g_F m_F \mu_B B(\mathbf{r}). \quad (3.4)$$

Dabei ist g_F der Landé-Faktor, m_F ist der magnetische Unterzustand und μ_B ist das Bohr'sche Magneton. Für $g_F m_F > 0$ wirkt auf das Atom eine Kraft zum Feld-Minimum hin, welches experimentell relativ leicht zu realisieren ist. Im Fall $g_F m_F < 0$ bewegt sich das Atom dagegen auf ein Feldmaximum zu, welches sich nach den Maxwell'schen Gleichungen nicht in freiem Raum bilden läßt. Im Fall $g_F m_F = 0$ bleibt das Atom vom Magnetfeld unbeeinflusst. Es können also nur Atome mit $g_F m_F > 0$ in Magnetfallen gefangen werden.

Problematisch ist bei Quadrupolfallen noch das Fallenzentrum: an dieser Stelle ist die Bedingung (3.3) nicht mehr gültig, und das Atom wird dort von einem gefangenen in einen anti-gefangenen Zustand überführt. Dieser Vorgang wird Majorana-Übergang genannt und

tritt mit abnehmender Temperatur der Wolke immer häufiger auf, da die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Fallen-Zentrum steigt.

3.1.3. Die QUIC-Falle

Eine Lösung dieses Problems ist es, eine Magnetfeld-Geometrie zu wählen, die im Fallenzentrum ein endliches Magnetfeld von einigen Gauß hat. Die Falle hat dann im Fallenzentrum ein harmonisches Potential und erfüllt dadurch überall die Bedingung (3.3). Dieser Fallentyp wird Ioffe-Pritchard-Falle [18, 19, 20] genannt.

Eine mögliche Realisierung wie sie in Referenz [21] gezeigt wird ist, eine dritte, senkrecht zu den beiden Quadrupol-Spulen angebrachte Spule zu verwenden. Dabei sind die Spulen so beschaltet, daß wahlweise die Quadrupol-Spulen alleine, oder alle drei Spulen zusammen in Reihe geschaltet von einer einzigen Stromquelle betrieben werden können. Dies erhöht die Stabilität des Aufbaus, da so ein Rauschen auf den Strömen der einzelnen Spulen nicht die Form des Potentials im Fallenzentrum ändert.

Das Umladen von der Quadrupol-Falle in die QUIC-Falle erfolgt durch langsames Anfahren des Stroms in der dritten Spule, die Atome werden dadurch adiabatisch von einem Fallentyp in den nächsten überführt.

3.2. Evaporatives Kühlen

Die in der Magnetfalle gefangenen Atome haben eine um sechs Größenordnungen kleinere Phasenraumdichte als zur Kondensation nötig ist. Diese Differenz wird durch evaporatives Kühlen [22] überbrückt, einer Technik bei der wiederholt die heißesten Atome aus der Wolke entfernt werden um diese dann rethermalisieren zu lassen. Dies ähnelt der dampfenden Flüssigkeit, die sich auch durch den austretenden Dampf abkühlt.

Es wird von einer thermischen Geschwindigkeitsverteilung der Atome in der Wolke ausgegangen. Die heißesten werden aus der Falle entfernt und tragen dabei mehr als die durchschnittliche Energie mit sich fort. In der Falle sinkt die Energie pro Atom also. Nach einer Wartezeit, in der die Atome in der Falle rethermalisieren, stellt sich eine neue Temperatur ein, die kleiner als die ursprüngliche ist. Durch Wiederholung lassen sich praktisch beliebig kleine Temperaturen erreichen. Diesen Ablauf zeigt Abbildung 3.2 auf der nächsten Seite. In einem realen Experiment läuft der Prozeß statt in diskreten Schritten als kontinuierlicher Vorgang ab.

Um Atome ab einer bestimmten Grenzgeschwindigkeit aus der Falle zu entfernen, wird die Abhängigkeit der Zeeman-Aufspaltung der einzelnen magnetischen Unterniveaus vom lokalen Magnetfeld genutzt: Die Atome werden spinpolarisiert und in einer Magnetfalle gefangen. Der Energieabstand zum benachbarten, nächst-schwächer gefangenen m_F -Niveau ändert sich mit dem Magnetfeld und deshalb sind alle Atome auf Äquipotentialflächen der Magnetfalle gleich stark Zeeman-aufgespalten. Durch Einstrahlen einer Radiofrequenz (RF) der Frequenz f_{RF} , die resonant zu dieser Zeeman-Aufspaltung ist, werden alle Atome an diesem Ort in schwächer gefangene Zustände transferiert und von dort aus weiter in ungefangene Zustände mit $m_F = 0$. Die Resonanz-Bedingung ist dabei (siehe auch Gleichung

(3.4)):

$$h f_{\text{RF}} = |g_F| \mu_B B(r) . \quad (3.5)$$

Die von den Atomen auf ihrer Bahn maximal erreichte Entfernung vom Fallenzentrum variiert monoton mit ihrer Gesamtenergie. Dadurch entspricht jeder Frequenz f_{RF} eine kritische Energie und alle Atome mit größerer Energie, die sich durch die resonante Äquipotentialfläche hindurch bewegen, werden aus der Falle entfernt.

Bei getriebener Evaporation wird nun die Frequenz der eingestrahlten RF kontinuierlich gesenkt, wodurch auch die kritische Energie sinkt und immer kältere Atome aus der Falle entfernt werden. Dadurch kann die Kühlrate hoch gehalten werden, bei konstanter RF würde die Zahl der evaporierten Atome schnell gegen Null gehen. Die Geschwindigkeit, mit der die Frequenz gesenkt wird, kann vorher auf kurze Evaporationszeit und trotzdem hohe End-Atomzahl bei gegebener End-Temperatur optimiert werden.

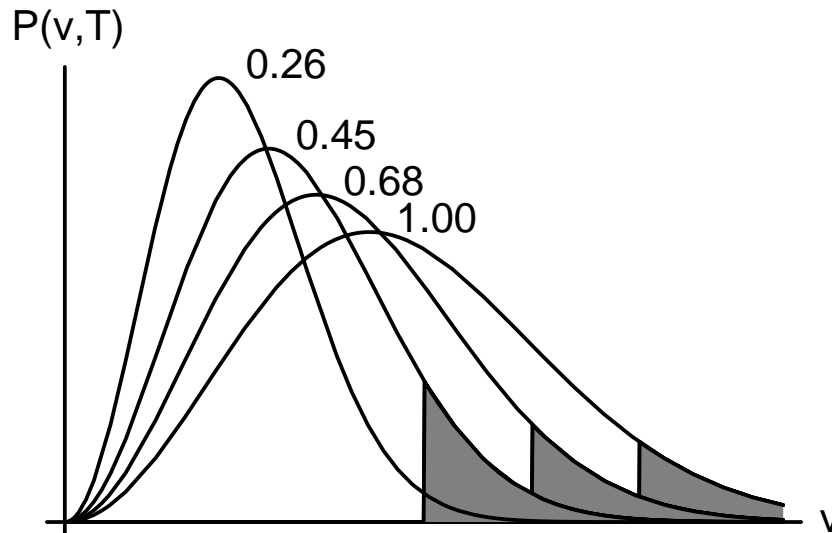


Abbildung 3.2.: Die vier Kurven sind Geschwindigkeitsverteilungen in einem Gas. Die Bereiche, die jeweils aus dem Gas entfernt werden, sind markiert. Die Zahlen neben den Kurven geben die (skalierte) Temperatur an.

3.3. Abbildung

Alle Informationen über die Atomwolke in der UHV -Kammer werden mittels Absorptionsabbildung gewonnen. Dabei wird die Wolke mit einem kurzen Puls resonanten Lichts bestrahlt und der Schatten der Wolke wird mit einer CCD -Kamera beobachtet.

Die Intensität ändert sich dabei nach:

$$I(x, y, z) = I_0(x, y) \cdot e^{-D(x, y, z)} \quad (3.6)$$

mit der Ausbreitungsrichtung z des Abbildungslichtes, der Intensität $I(x, y, z)$ des Abbildungsstrahls ($I_0(x, y) \equiv I(x, y, z = 0)$) und der optischen Säulendichte $D(x, y, z)$. Im Grenzfall geringer Absorption berechnet sich die optische Säulendichte nach:

$$D(x, y, z) = D_0(x, y, z) \cdot \frac{1}{1 + \frac{I(x, y, z)}{I_{\text{sat}}} + \frac{4\Delta^2}{\Gamma^2}} \quad (3.7)$$

mit der Sättigungsintensität I_{sat} , der Linienbreite Γ des Übergangs und der Verstimmung Δ . Für $D_0(x, y, z)$ gilt:

$$D_0(x, y, z) = 2\sigma_0 \cdot \int_0^z n(x, y, z') dz' = 2\sigma_0 \cdot \tilde{n}(x, y) \quad (3.8)$$

mit dem über alle Polarisierungen gemittelten resonanten Streuquerschnitt σ_0 und der Flächendichte $\tilde{n}(x, y)$. Aus zwei Aufnahmen, eine mit und eine ohne Atomwolke, wird nach Gleichung (3.6) die optische Säulendichte $D(x, y, z_{\text{Kamera}}) \equiv D(x, y)$ berechnet. Von allen Aufnahmen wird vor der Weiterverarbeitung noch ein vorher genommene Dunkelbild (Bild ohne Beleuchtung) abgezogen, um Fehler in bestimmten CCD-Pixeln, Fehler im Analog-Digital-Wandler und Fehler durch Hintergrundlicht zu vermeiden. Ein Beispiel für die beiden Aufnahmen mit und ohne Atomwolke und das daraus berechnete, dividierte Bild zeigt Abbildung 3.3 auf der nächsten Seite.

Die Temperatur wird durch ballistische Expansion der Wolke nach einem schnellen Abschalten der Falle bestimmt. Für hinreichend lange Expansionszeiten wird die Anfangsgröße der Wolke unerheblich und die Impulsverteilung in der Wolke im Moment des Abschaltens ist durch die Dichteverteilung der abgebildeten Wolke bestimmt. Aus der Impulsverteilung läßt sich dann die Temperatur ermitteln,

$$T = \frac{m}{k_B} \left(\frac{r}{t} \right)^2 \quad (3.9)$$

mit dem Radius der Wolke r und der Expansionszeit t .

Mit einem weniger simplen Modell, bei dem an die gemessene optische Säulendichte eine zweidimensionale Gauß-Funktion

$$D(x, y) = D_{\text{null}} + D_{\text{max}} e^{-\frac{1}{2} \left(\left(\frac{x-x_0}{\sigma_x} \right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{\sigma_y} \right)^2 \right)} \quad (3.10)$$

angepaßt wird, läßt sich die Temperatur wesentlich genauer bestimmen. Dabei sind σ_x und σ_y die Zentrumsbreiten der Funktion in den beiden Achsen und A ist die Zentrumsdichte. Zusätzlich wurde D_{null} eingeführt, um Fehler beim Subtrahieren des Dunkelbildes ausgleichen zu können. Zusammen mit der Form der Falle (harmonisch mit Fallenfrequenzen ω_x , ω_y) ergeben sich für die Temperatur in den beiden Achsen und die Gesamt-Atomzahl [23]:

$$T_i = \frac{m}{k_B} \frac{\sigma_i^2}{1/\omega_i^2 + t^2} \quad (3.11a)$$

$$N = \frac{2 \pi \sigma_x \sigma_y}{\sigma_0} \left(1 + \frac{I}{I_{\text{sat}}} + \frac{4 \Delta^2}{\Gamma^2} \right) A. \quad (3.11b)$$

Im Fall von Kondensaten ist bei der Expansion die Wechselwirkungsenergie im Kondensat zu berücksichtigen, die die Form der expandierten Wolke verändert.

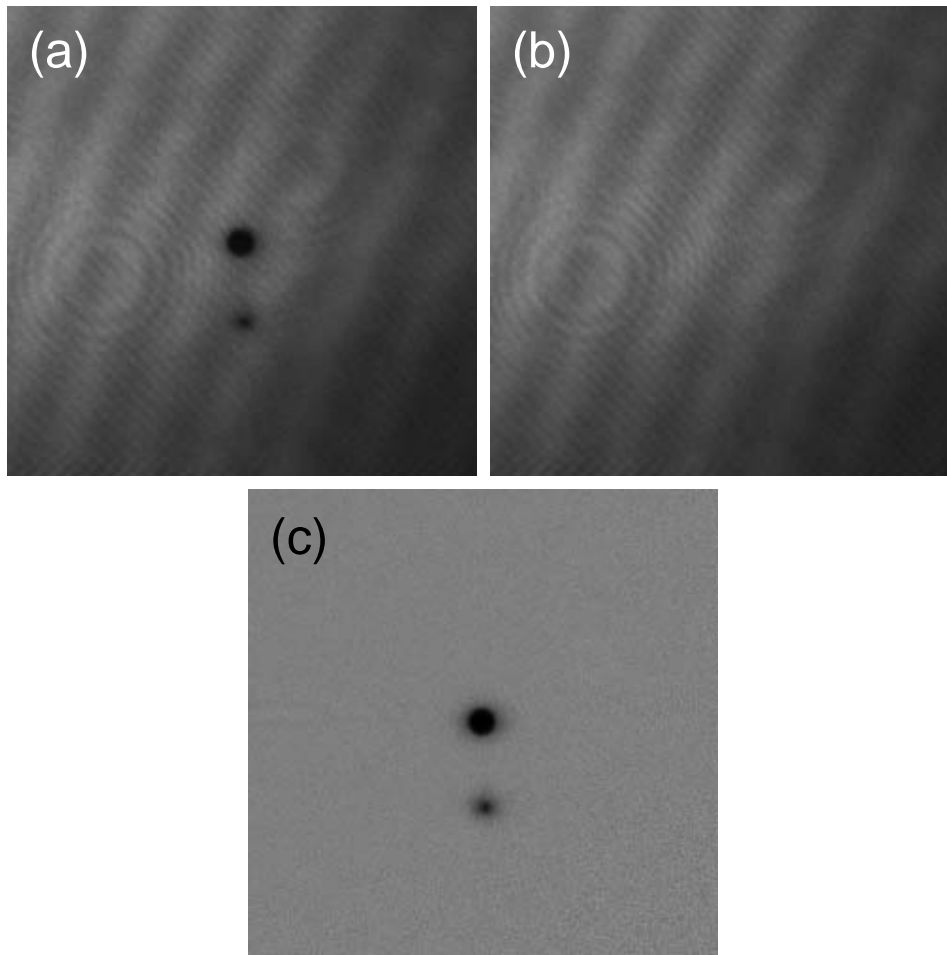


Abbildung 3.3.: Beispiel einer Absorptionsabbildung. **(a)** Das Bild der Atome. **(b)** Das entsprechende Referenzbild ohne Atome. **(c)** Das dividierte Bild. Deutlich ist zu sehen, daß der Hintergrund wesentlich gleichmäßiger geworden ist. Das Bild zeigt ein ^{87}Rb -Kondensat mit einem kleineren Rest thermischen Gases in einem anderen magnetischen Unterniveau.

4. Experimenteller Aufbau

Die Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensates (*BEC*) ist auch nach mehreren Jahren experimenteller Praxis [1, 2, 3] noch immer mit erheblichem technischem Aufwand verbunden. Neben dem mehrstufigen Vakuumsystem sind besonders die sonst üblichen hohen Ströme der Magnetfeld-Spulen und die Diodenlaser technisch anspruchsvoll.

Dieses Kapitel teilt sich in zwei Unterabschnitte auf: im ersten Teil wird der ursprüngliche Zustand der Apparatur beschrieben, speziell die Diodenlaser und die Techniken zu ihrer Stabilisierung. Der zweite Teil ab Seite 35 beschäftigt sich mit den im Rahmen dieser Arbeit an der Apparatur durchgeführten Umbauten und beschreibt den Ablauf eines Experiments bis zu Beginn des evaporativen Kühlens.

4.1. Apparatur

Diese Arbeit ist an der zweiten *BEC*-Apparatur des Lehrstuhls Hänsch durchgeführt worden, die wenige Monate zuvor fertiggestellt wurde [24, 25].

Die Apparatur ist auf zwei optische Tische verteilt, die untereinander durch Glasfasern verbunden sind. Auf einem Tisch stehen die Laser und sonstige Optik, der andere Tisch beherbergt die Vakuumkammer, die Optik der magneto-optischen Falle und das Magnet-System.

Zu Beginn jedes Experiments werden in einer magneto-optischen Falle (*MOT*) 3×10^9 Atome gefangen und dann in eine rein magnetische Falle umgeladen. In der Magnetfalle werden die Atome anschließend von diesem Teil der Vakuumkammer in den *UHV*-Teil (Ultrahochvakuum) mit um zwei Größenordnungen niedrigerem Druck und entsprechend höherer Fallen-Lebensdauer transportiert. Dort wird die magnetische Quadrupolfalle in die für ultrakalte Atome besser geeignete *QUIC*-Falle überführt und die Atomwolke wird evaporativ auf ihre Endtemperatur gekühlt.

An diesem ultrakalten Gas wird dann das jeweils interessierende Experiment durchgeführt, wobei diese Apparatur einen besonders guten optischen Zugang zur Probe bietet. Ein Foto der *MOT* und des *UHV*-Teils zeigt Abbildung 4.1 auf der nächsten Seite.

4.1.1. Magnetischer Transport

Bei bisherigen *BEC*-Experimenten wurden die gegensätzlichen Forderungen nach einer langen Fallen-Lebensdauer einerseits und einer hohen Atomzahl andererseits entweder durch den Einsatz einer aus einem Zeeman-Abbremsler geladenen *UHV-MOT* [2, 3, 26] oder durch die sogenannte Doppel-*MOT*-Technik [27, 21] erfüllt.

Bei der für diese Arbeit verwendeten Apparatur wird ebenfalls eine Dampfzellen-*MOT* benutzt, um Atome zu fangen. Anschließend wird aber die kalte Atomwolke in eine rein

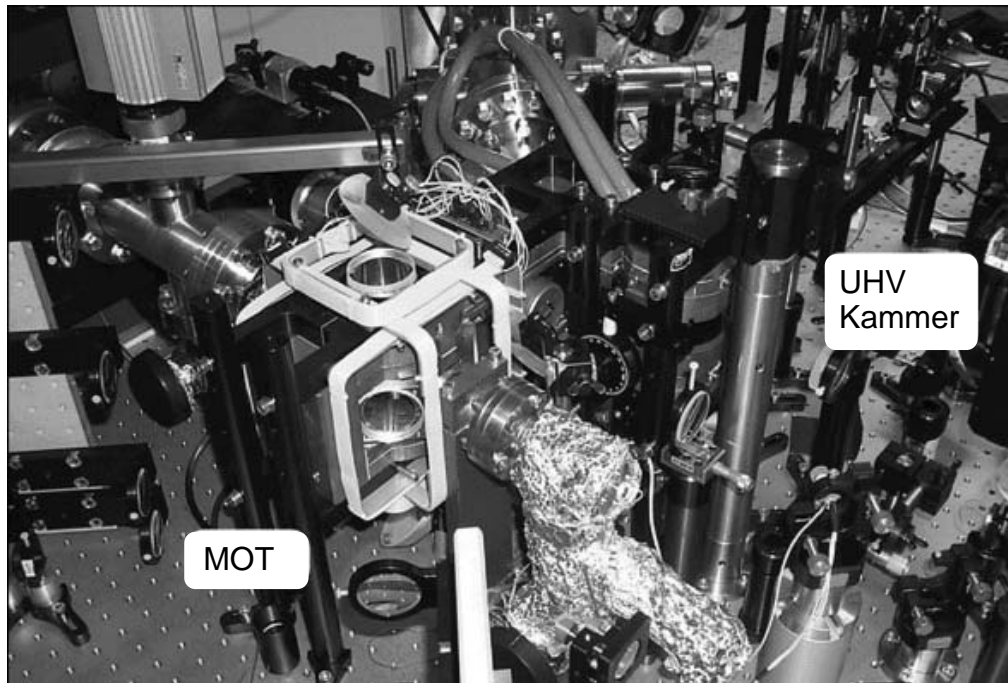


Abbildung 4.1.: Foto der Apparatur. Gezeigt ist die *MOT*-Kammer links, schräg nach rechts oben die Transfer-Strecke und rechts die *UHV*-Kammer (der Kupferblock, in den die Kühlschläuche münden).

magnetische Quadrupolfalle umgeladen und in dieser in die *UHV*-Kammer transferiert. Dort erfolgt ein zweiter Transfer in eine harmonische Falle (*QUIC*-Falle), aus der heraus dann evaporiert wird.

4.1.2. Vakuumkammer

Die verwendete Vakuumkammer ist speziell für diesen Aufbau angefertigt worden und zeichnet sich durch eine besonders flache Bauform aus. Auf diese Weise liegen die Spulen der Spulenpaare für die *MOT* und die Magnetfallen nahe beieinander und der benötigte Strom wird klein (≈ 70 A). Außer der Rubidium-Quelle befinden sich alle Elemente des Aufbaus frei zugänglich außerhalb der geschlossenen Vakuumkammer.

Das Vakuum von 10^{-9} mbar in der *MOT*-Kammer und $< 10^{-11}$ mbar in der *UHV*-Kammer wird durch zwei Ionen-Getter-Pumpen erzeugt, in der *UHV*-Kammer unterstützt durch einen Titan-Sublimator. Dadurch bleibt das Vakuum auch im Fall eines Stromausfalls erhalten. Die beiden Kammern sind über die 33 cm lange Transferstrecke verbunden, die durch ein Ventil geschlossen werden kann. Die verschiedenen Druck-Bereiche sind durch eine entsprechende differentielle Pumpstrecke getrennt.

Eine schematische Übersicht über die Apparatur zeigt Abbildung 4.2 auf Seite 30.

4.1.3. Gitterstabilisierte Diodenlaser

Alle im Experiment benötigten Laserstrahlen werden von gitterstabilisierten Diodenlasern erzeugt. Diese verwenden zur Begrenzung ihrer Linienbreite ein externes Gitter in Littrow-Anordnung, das die erste Beugungs-Ordnung in die Laserdiode zurückwirft [28].

Daneben sind noch ein Kollimator zur Modenanpassung des austretenden Strahls und ein Piezo-Element zur Verkipfung des Gitters und damit zur Selektion der Wellenlänge nötig (siehe Abbildung 4.3 auf der nächsten Seite). Ein Peltierelement sorgt für die Temperaturstabilisierung der Laserdiode und des aus Gitter und Diode gebildeten Resonators.

Für die Radiofrequenz-Stabilisierung (vgl. Kapitel 4.1.4) wird der Diodenstrom von einer externen Quelle schwach moduliert. Da diese Quelle direkt auf die Diode einwirkt, sind besondere Maßnahmen zum Schutz der Laserdiode vor Spannungsspitzen zu treffen. Dies geschieht durch einen HF-Transformator und mehrere Schottky-Dioden. Der Transformator hält den AC-Eingang potentialfrei und die Schottky-Dioden schließen zu große Signale kurz. Die Gesamtschaltung zeigt Abbildung 4.4 auf Seite 32.

Eine Aufbau-Anleitung für diese Laser findet sich in Referenz [29].

4.1.4. Laserstabilisierung

Für die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente werden Laserstrahlen benötigt, die nur 1–2 MHz spektrale Breite haben und zusätzlich über lange Zeit (Stunden) resonant zu einer Rubidium-Linie sind bzw. um einen regelbaren Betrag gegen eine Rubidium-Linie verstimmbar betrieben werden können. Die verwendeten Diodenlaser haben diese Eigenschaften nicht von vornherein. Erst durch eine Laserstabilisierung, die die Laserfrequenz aufgrund eines beobachteten Signals nachjustiert, ist dies möglich. Die Regelung wirkt dabei auf das Piezoelement in der Gitter-Halterung ein.

In diesem Aufbau werden zwei verschiedene Stabilisierungs-Verfahren eingesetzt:

- Die Radiofrequenz-Stabilisierung, wenn der Laser auf einem bestimmten Hyperfeinübergang eines der Rubidium-Isotope betrieben wird.
- Die Differenzfrequenz-Stabilisierung, wenn die Laserfrequenz auf eine variable Verstimmung relativ zu einem der Hyperfeinübergänge zu stabilisieren ist.

Die beiden Techniken werden im Folgenden näher beschrieben.

Radiofrequenz-Stabilisierung

In einer dopplerfreien Sättigungsspektroskopie [30] wird der atomare Übergang durch zwei sich entgegengesetzt ausbreitende Strahlen, den intensiven Pump- und den schwachen Probenstrahl, untersucht. Beide Strahlen sind jeweils zu Atomen resonant, die eine bestimmte Geschwindigkeitskomponente v_{\parallel} entlang der Ausbreitungsrichtung der Strahlen haben. Die Gesamtheit der Atome wird damit in sogenannte Geschwindigkeitsklassen eingeteilt. Der Pumpstrahl transferiert nun Atome der zu ihm resonanten Geschwindigkeitsklasse vom Grund- in den angeregten Zustand und bleicht die entsprechende Geschwindigkeitsklasse dadurch etwas aus. Ist der Probenstrahl ebenfalls zu dieser Geschwindigkeitsklasse resonant,

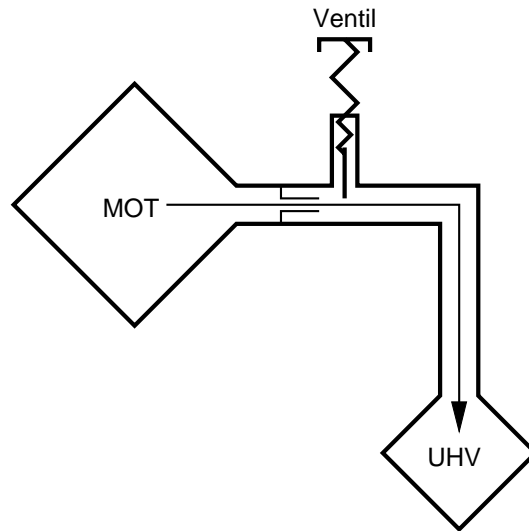


Abbildung 4.2.: Die verwendete Vakuumkammer. Durch die Ecke in der Verbindung der beiden Kammern kann kein Streulicht aus der *MOT* die *UHV*-Kammer erreichen.

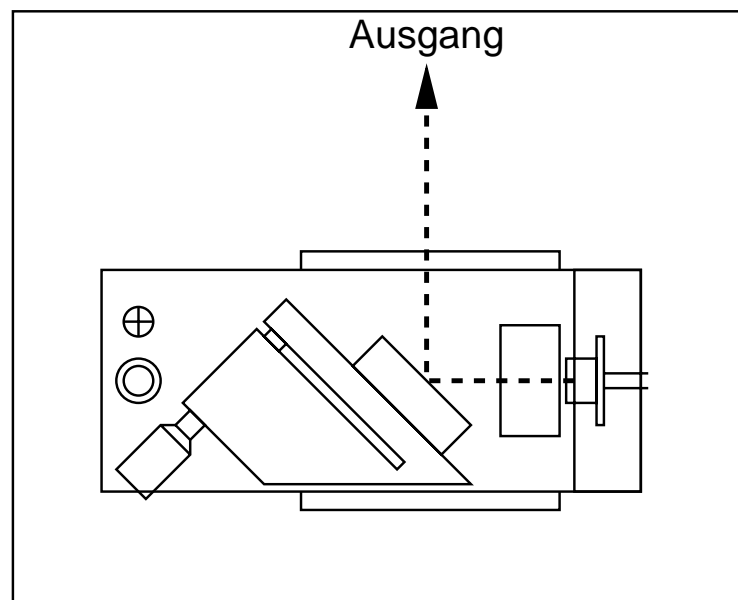


Abbildung 4.3.: Aufsicht auf einen der verwendeten Diodenlaser. Der Laserstrahl ist gestrichelt gezeichnet, ausgehend von der Laserdiode, über den Kollimator hin zum justierbaren Gitter. Unter dem optischen Justiertischchen liegt das Peltier-Element

so wird er daher stärker transmittiert. Offensichtlich sind beide Strahlen nur zur Geschwindigkeitsklasse $v_{\parallel} = 0$ gleichzeitig resonant. Das Prinzip (für eine Geschwindigkeitsklasse $v_{\parallel} \neq 0$) zeigt Abbildung 4.5 auf der nächsten Seite.

Das sich ergebende Regelsignal zeigt jedoch keine steile Flanke bei einer Spektrallinie, wie sie für eine Regelung nötig wäre, sondern ein Extremum. Außerdem ist die Amplitude des Signals von der Laserintensität abhängig. Zur Überwindung dieser Beschränkungen wird der Laser über seinen AC-Eingang mit einer Radiofrequenz phasenmoduliert, daher der Name Radiofrequenz- oder *RF*-Stabilisierung. Im Frequenzbild ergibt sich dadurch eine Serie von Seitenbändern, bei der die ersten Seitenbänder gegeneinander um π in der Phase verschoben sind. Trifft der Laserstrahl auf eine Photodiode und bilden sich Interferenzen der Hauptlinie mit dem linken und mit dem rechten Seitenband, so sind diese Interferenzen gegeneinander phasenverschoben und heben sich somit auf. Durch die dispersive Wirkung einer atomaren Resonanz in der Spektroskopie wird dieses Gleichgewicht gestört und es bleibt ein endliches Signal bei der Modulationsfrequenz übrig [31, 32]. Wird dieses über eine Heterodyn-Detektion phasenrichtig extrahiert, so ergibt sich eine dispersive Kurvenform mit einer steilen Flanke auf der Resonanz. Ein Schema der Regelung zeigt Abbildung 4.6 auf Seite 33.

Um sowohl das zur Identifizierung des Übergangs benutzte Sättigungsspektrum zu sehen als auch die *RF*-Stabilisierung betreiben zu können, werden zwei Photodioden verwendet. Auf die schnellere, die mit der Stabilisierung verbunden ist, wird der Strahl der kleineren Fläche der Photodiode wegen fokussiert, während er auf die langsamere direkt gerichtet ist. Den Aufbau in einer Version, die unempfindlich gegen Rückreflexe vom Experiment ist und mit gleich intensiven Pump- und Probenstrahl arbeitet, zeigt Abbildung 4.7 auf Seite 33, ein Beispiel der verwendeten Spektren und Regelsignale zeigt Abbildung 4.8 auf Seite 34.

Differenzfrequenz-Stabilisierung

Wird eine variable Verstimmung des Lasers gegenüber einem Hyperfeinübergang benötigt, ist die *RF*-Stabilisierung nur bedingt geeignet: Bei Verstimmungen gegen einen Übergang von mehr als ≈ 2 MHz nimmt die Steilheit der Regelsignale stark ab und so führen bereits kleine Fehler in der Signalthöhe zu einem großen Fehler in der gewünschten Verstimmung. Außerdem wird die Regelflanke schmaler, die Regelung somit empfindlicher auf Störungen.

Stattdessen wird ein anderweitig geregelter Laser (“Master-Laser”) als Referenz benutzt, relativ zu der das Differenzfrequenz-Verfahren den zu regelnden Laser (“Slave-Laser”) stabilisiert.

Teile der Strahlen beider Laser werden auf einer hinreichend schnellen Photodiode überlagert. Die von der Photodiode gemessene Schwebungsfrequenz wird mit einer Sollfrequenz verglichen und aus diesem Frequenz-Unterschied wird das Regelsignal für den Slave-Laser gewonnen. Offensichtlich kann dieses Verfahren nur angewendet werden, wenn der Master-Laser in seiner Frequenz nicht zu weit von der des Slave-Lasers entfernt liegt, da sonst die Schwebung auf einer Photodiode nicht mehr meßbar ist. Für eine detailliertere Beschreibung speziell der Regeltechnik vgl. Referenz [33].

Mit dieser Technik werden die beiden *MOT*-Laser stabilisiert, da hier Verstimmungen Δ_{87} bzw. Δ_{85} von einem atomaren Übergang erforderlich sind. Der ^{87}Rb -*MOT*-Laser wird dabei

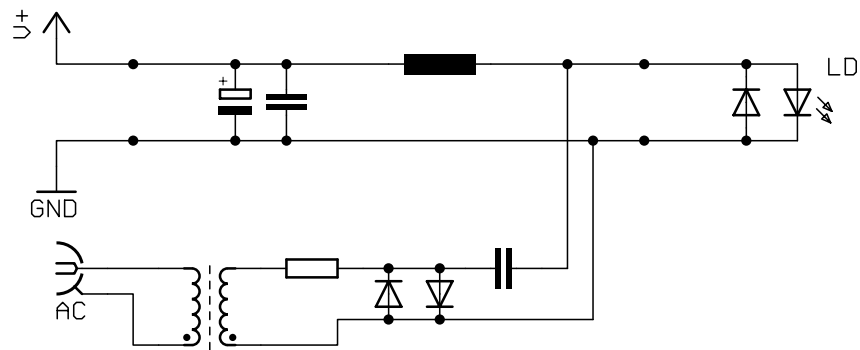


Abbildung 4.4.: Das Schema der Schutzschaltung eines Diodenlasers.

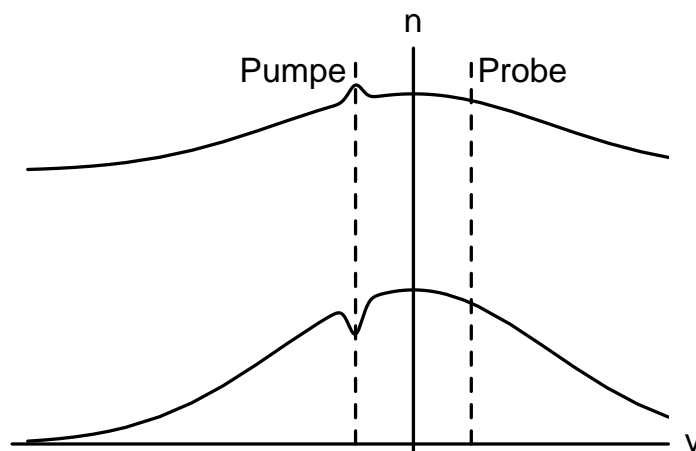


Abbildung 4.5.: Prinzip der Sättigungsspektroskopie. Gezeigt ist die Besetzung des Grund- und des angeregten Zustandes gegen die Geschwindigkeitsklasse. Gestrichelt sind die Geschwindigkeitsklassen markiert, zu denen Pump- und Probenstrahl resonant sind.

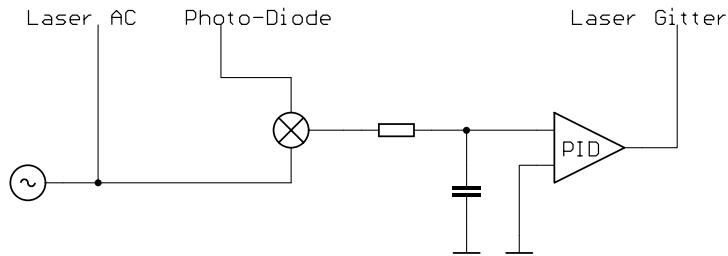


Abbildung 4.6.: Funktionsweise der *RF*-Stabilisierung. Ein kleiner Frequenzgenerator moduliert dem Laser über dessen AC-Eingang Seitenbänder auf. Aus dem Signal der Photo-diode wird die Phasenverschiebung zwischen den beiden ersten Seitenbändern durch einen Mischer extrahiert. Der hochfrequente Anteil wird entfernt und das Signal wird an die Regelung des Lasers weitergegeben.

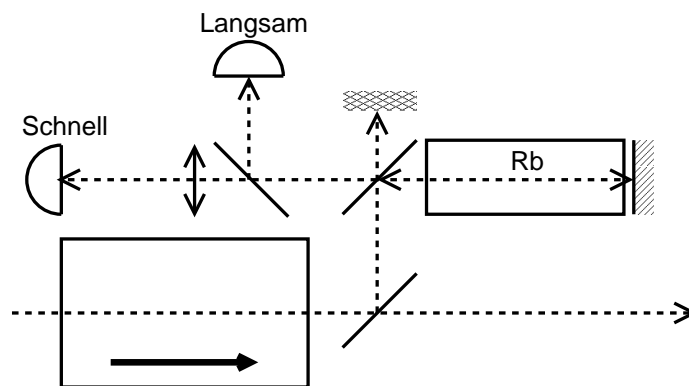


Abbildung 4.7.: Skizze einer dopplerfreien Spektroskopie in kompakter Bauweise. Der Laserstrahl ist gestrichelt gezeichnet. Der optische Isolator schützt den Laser vor Rückkopplung durch das Experiment und durch den ersten Spiegel ist auch die Spektroskopie geschützt.

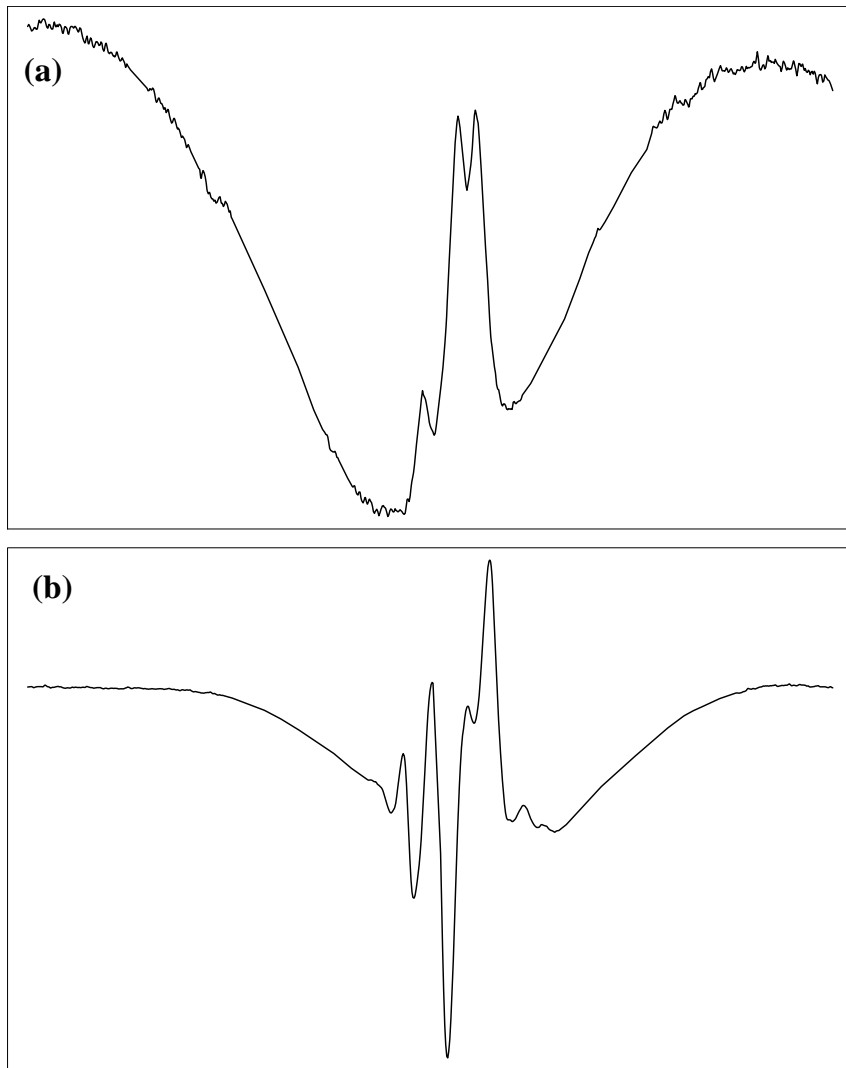


Abbildung 4.8.: Für die ^{85}Rb F=3-Linie gemessen: **(a)** Absorptionsspektrum **(b)** RF-Regelsignal

relativ zum $F=2 \leftrightarrow F'=2$ -Umpump-Laser stabilisiert, die Differenzfrequenz ist ($267 \text{ MHz} - \Delta_{87}$). Der Wert 267 MHz kann Abbildung A.1 auf Seite 70 entnommen werden. Der ^{85}Rb -*MOT*-Laser wird wiederum relativ zum ^{87}Rb -*MOT*-Laser auf eine Differenzfrequenz von ($1126 \text{ MHz} - \Delta_{85} + \Delta_{87}$) stabilisiert (vgl. Kapitel 4.2.2 auf der nächsten Seite), der Wert 1126 MHz wurde dabei empirisch bestimmt.

4.1.5. ^{87}Rb -*MOT*

In der ^{87}Rb -*MOT* werden die Rubidium-Atome durch relativ zum $F = 2 \leftrightarrow F' = 3$ -Übergang rotverstimmtes Licht gefangen. Die sechs einzelnen Strahlen werden auf zwei auf den optischen Tisch montierten Aluminiumbrettern präpariert. Auf diesen Brettern ist sowohl die Optik zur Leistungsverteilung als auch der komplette Teleskopaufbau mit den $\lambda/4$ -Wellenplatten auf kurzen stabilen Haltern montiert. Die hohe Stabilität der *MOT* beruht auf diesem robusten Aufbau.

Der *MOT*-Strahl und der Rückpumpstrahl werden mit zueinander orthogonalen Polarisationen an einem polarisierenden Strahlteiler überlagert, damit keine Leistung des *MOT*-Strahls verloren geht. Da die verwendeten Glasfasern immer nur für eine Polarisation stabil justiert werden können, werden der *MOT*-Strahl und der Rückpump-Strahl jeweils durch eine eigene polarisationserhaltende Glasfaser vom Laser-Tisch zum Experiment-Tisch geleitet. Die Vereinigung der beiden Strahlen erfolgt auf dem ersten Aluminiumbrett an einem der polarisierenden Strahlteiler. Die sich so ergebende asymmetrische Verteilung der Leistung des Rückpump-Strahls auf die einzelnen Achsen ist dabei unerheblich, die Symmetrie der *MOT*-Strahlen ist für die Funktion der Falle wichtig.

4.2. Erzeugung kalter Isotopengemische

Vor dem eigentlichen Experiment muß ein Gemisch aus ^{87}Rb und ^{85}Rb in der *UHV*-Kammer der Apparatur bereitgestellt werden. Dazu werden in einer Zweifach-*MOT* beide Isotope gefangen, in eine Quadrupol-Falle transferiert und so in die *UHV*-Kammer transportiert. Dort wird die Atomwolke evaporativ bzw. sympathetisch gekühlt. Den experimentellen Ablauf zeigt zusammenfassend Abbildung 4.9 auf Seite 37.

4.2.1. Erweiterung des Lasersystems

Um beide Rubidium-Isotope gemeinsam fangen zu können, werden für beide Isotope gleichzeitig zwei räumlich überlagerte magneto-optische Fallen betrieben. Für jedes der Isotope wird ein *MOT*-Strahl und ein Rückpumper benötigt, beide Strahlen werden durch Glasfasern vom Laser-Tisch zum Experiment-Tisch geleitet. Aufgrund dieser Maßnahme kann beim Umbau der *MOT*-Aufbau unverändert bleiben, es müssen lediglich die benötigten Strahlen auf dem Laser-Tisch mit in die entsprechenden Glasfasern eingekoppelt werden.

Es wurden zwei weitere Diodenlaser der in Kapitel 4.1.3 auf Seite 29 beschriebenen Art gebaut. Der Rückpump-Laser wird durch eine *RF*-Stabilisierung geregelt, der *MOT*-Laser durch eine Differenzfrequenz-Stabilisierung. Zum Betrieb der ^{85}Rb -*MOT* wird nur eine re-

lativ geringe Leistung benötigt, da die erforderliche Atomzahl wesentlich kleiner ist als bei ^{87}Rb . Ein normaler Diodenlaser ist zur Erzeugung des ^{85}Rb -MOT-Strahls ausreichend.

4.2.2. Trapezverstärker Laserdiodensystem

Der (^{87}Rb -)MOT-Strahl wird in einem leistungsstarken Trapezverstärker Laserdiodensystem (*TA*) erzeugt, dem Prototyp des am Lehrstuhl Hänsch entwickelten und inzwischen von der Firma TUIOptics kommerziell erhältlichen Systems [34]. Als *TA* wird hier ein System aus einem "Master-Laser", der den gleichen Aufbau wie die in Kapitel 4.1.3 auf Seite 29 beschriebenen Diodenlaser hat, und einer Trapezdiode, die den schwachen Laserstrahl des Master-Lasers nachverstärkt, bezeichnet. Zum Schutz der beiden Laserdioden vor Rückkopplung enthält der *TA* zwei optische Isolatoren. Das stark asymmetrische Strahlprofil der Trapezdiode wird durch eine Zylinderlinse korrigiert.

Um nicht einen Teil der *TA*-Leistung vor der Glasfaser bei der Überlagerung mit dem ^{85}Rb -MOT-Strahl zu verlieren, werden der Master-Laser des *TA* und der ^{85}Rb -MOT-Laser im *TA* vor der Trapezdiode überlagert und beide werden von dieser verstärkt. Ein ganz ähnliches Vorgehen wird in Referenz [34, Kap. 5.2, S. 45] beschrieben, nur sind dort zwei gleichstarke Laser injiziert worden, während hier der ^{85}Rb -Laser viel schwächer als der ^{87}Rb -Laser sein soll.

Durch einen Flüssigkristall-Phasenschieber (*LC*-Phasenschieber), der als $\lambda/2$ -Plättchen wirkt, und zwei polarisierende Strahlteiler kann während des Betriebs das Mischungsverhältnis der beiden Laser beliebig eingestellt werden. Dazu wird mit einem $\lambda/2$ -Plättchen die Polarisation des zweiten Lasers um 90° gedreht und die beiden Laser werden an einem polarisierenden Strahlteiler überlagert. Danach dreht der *LC*-Phasenschieber die Polarisation beider Strahlen um einen einstellbaren Wert und an einem zweiten polarisierenden Strahlteiler wird aus dem Strahl die entsprechende Mischung aus ^{87}Rb - und ^{85}Rb -MOT-Licht ausgewählt, die in der Trapezdiode verstärkt wird. Den Aufbau im Inneren des *TA* zeigt Abbildung 4.10 auf der nächsten Seite.

4.2.3. Überblick

Den vollständigen Laseraufbau für zwei Isotope zeigt Abbildung 4.11 auf Seite 38 noch einmal im Überblick.

4.2.4. Gemischte-Isotopen-MOT

Während der *MOT*-Phase des Experiments wird zunächst nur ^{87}Rb in die Falle geladen. Zwar werden die Rückpumper beider Isotope in die *MOT* eingestrahlt, aber der *LC*-Phasenschieber im *TA* wird so angesteuert, daß die Trapezdiode nur das ^{87}Rb -Licht verstärkt. Es wurden Verstimmungen der ^{87}Rb -MOT zwischen 16 und 18 MHz verwendet.

Nach einer Zeit von 5,5–17,5 s, in der ausschließlich ^{87}Rb gefangen wurde, wird für die letzten 1,5–2,5 s der *MOT*-Phase im *TA* ein kleiner Teil der Leistung in die Mode des ^{85}Rb -MOT-Lichts mit einer Verstimmung von 6–8 MHz geschaltet. Gleichzeitig wird die Verstimmung der ^{87}Rb -MOT um 2 MHz verringert, um so den Effekt der kleineren Leistung des

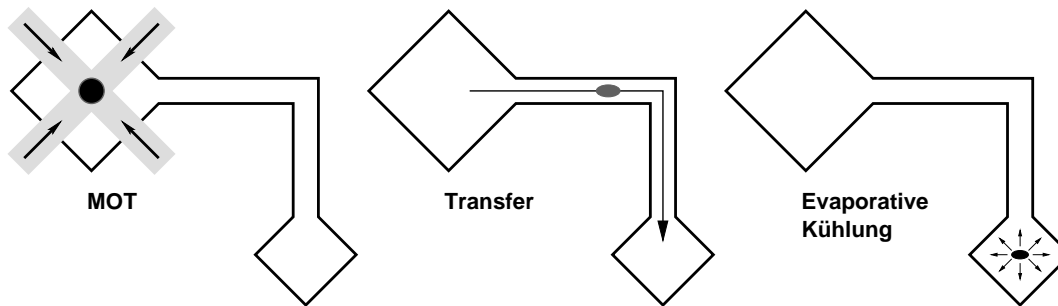


Abbildung 4.9.: Zusammenfassung des experimentellen Ablaufs: In einer MOT werden Atome gefangen, anschließend werden sie in die UHV-Kammer verschoben und dort evaporativ gekühlt.

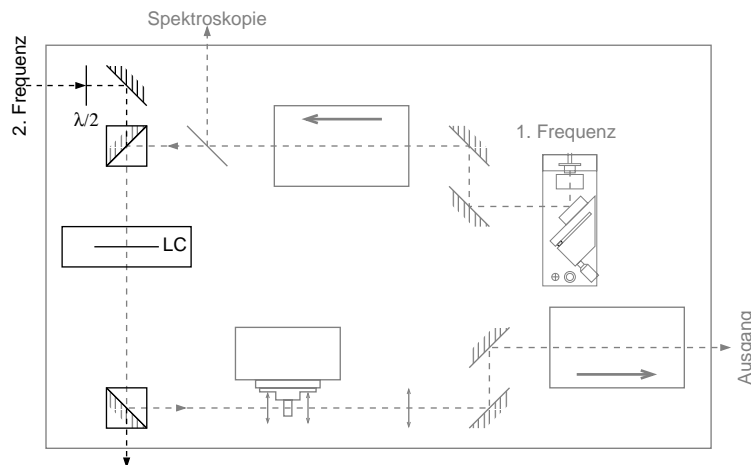


Abbildung 4.10.: Aufsicht auf den verwendeten TA. Die Laserstrahlen sind gestrichelt eingezeichnet. Alle alten Komponenten sind in grau gezeichnet, die neu durch den Umbau hinzugekommenen Elemente sind schwarz.

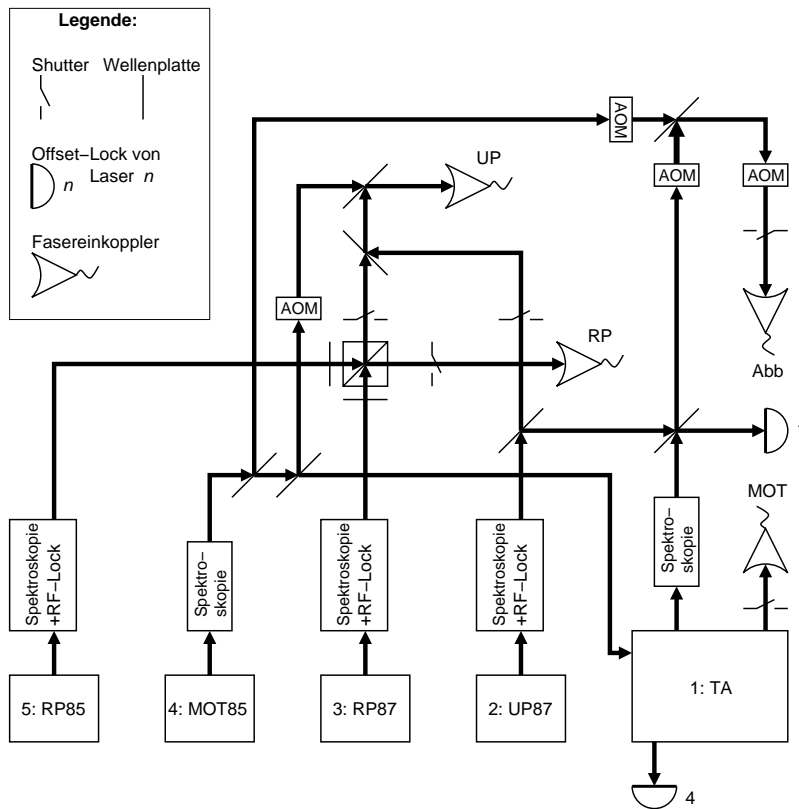


Abbildung 4.11.: Übersicht über den optischen Aufbau

^{87}Rb -*MOT*-Licht auszugleichen. Die gemeinsame *MOT* wird nur kurz betrieben und die Leistung der ^{85}Rb -*MOT* ist sehr gering, da von diesem Isotop wesentlich weniger Atome benötigt werden.

Es wurde ebenfalls versucht, für die volle Dauer der *MOT*-Phase die ^{85}Rb -*MOT* mitzubetreiben, um so auf den Umschaltvorgang verzichten zu können. Dies hat sich jedoch als nicht günstig erwiesen, da der *TA* im zwei-modigen Betrieb auch diverse Misch-Moden erzeugt [35], welche nicht nur die für die Zweifach-*MOT* nutzbare Leistung schmälern, sondern im Fall kleiner ^{85}Rb -Beimischungen sogar wesentlich stärker als die ^{85}Rb -Mode sind. Es wird daher immer wenigstens so viel ^{85}Rb -Licht beigemischt, daß sich ein Leistungs-Verhältnis von $\approx 2:1$ an ^{85}Rb -Nutz-Mode zu Stör-Moden ergibt.

4.2.5. Umladen in die Magnetfalle

Um nach dem Laden der gemeinsamen *MOT* die Dichte in der Falle zu erhöhen, wird für 85 ms die Verstimmung der *MOTs* um 2–3 MHz für ^{87}Rb bzw. ≈ 2 MHz für ^{85}Rb erhöht. Anschließend wird in einer weit verstimmt (60–80 MHz) optischen Melasse, d. h. bei abgeschaltetem Magnetfeld, ^{87}Rb 14 ms lang weiter abgekühlt. Für ^{85}Rb ist keine Melasse-Phase vorgesehen.

Um möglichst viele der in der *MOT* gefangenen Atome in die Quadrupolfalle laden zu können, werden diese durch Einstrahlen von jeweils zwei zirkular polarisierten Strahlen spinpolarisiert. Die Übergänge zeigt Abbildung 4.12 auf der nächsten Seite. Bei ^{85}Rb wird der Umpump-Strahl für den $F=3 \rightarrow F'=3$ -Übergang durch einen akusto-optischen Modulator (*AOM*) aus dem *MOT*-Laser generiert. Der *AOM* verstimmt das Licht dabei um 121 MHz- Δ_{85} , mit Δ_{85} der Verstimmung der ^{85}Rb -*MOT* (vgl. Abbildung A.2 auf Seite 70). Der entsprechende Strahl bei ^{87}Rb wird durch einen eigenen Diodenlaser (“2: UP” in Abbildung 4.11 auf der vorherigen Seite) erzeugt, den Master der Differenzfrequenz-Stabilisierung des *TA*.

Am Ende des Umpump-Vorgangs befindet sich ^{87}Rb im $|F=2, m_F=+2\rangle$ -Zustand und ^{85}Rb im $|F=3, m_F=+3\rangle$ -Zustand.

4.2.6. Transfer

Die in der Quadrupol-Falle gefangenen Atome werden mit demselben Zyklus in die *UHV*-Kammer transferiert, der auch schon für den Einzel-Isotop-Fall benutzt wurde. Eine detaillierte Beschreibung enthält Referenz [24], ein kurzer Abriß sei aber hier noch einmal gegeben:

Das Quadrupolfeld der Magnetfalle in der *MOT*-Vakuumkammer wird in die *UHV*-Kammer verschoben, indem das Magnetfeld mit einer Reihe flacher Spulenpaare (siehe Abbildung 4.13 auf Seite 41) schrittweise weitergereicht wird. Dabei gilt es, wiederholte Änderungen des Aspektverhältnisses, die zu parametrischem Heizen führen würden, zu vermeiden. Neben dem Aspektverhältnis sind die einzigen anderen Freiheitsgrade des Aufbaus die Gesamtstärke der Falle und ihre Position entlang der Verschiebungs-Achse. Diese drei Freiheitsgrade können durch die Ströme dreier benachbarter Spulenpaare kontrolliert werden.

Es müssen also immer nur drei der insgesamt 13 Spulen gleichzeitig betrieben werden, so daß auch drei Netzteile und drei 1:5-*MOSFET*-Umschalter ausreichen sollten. Ein viertes

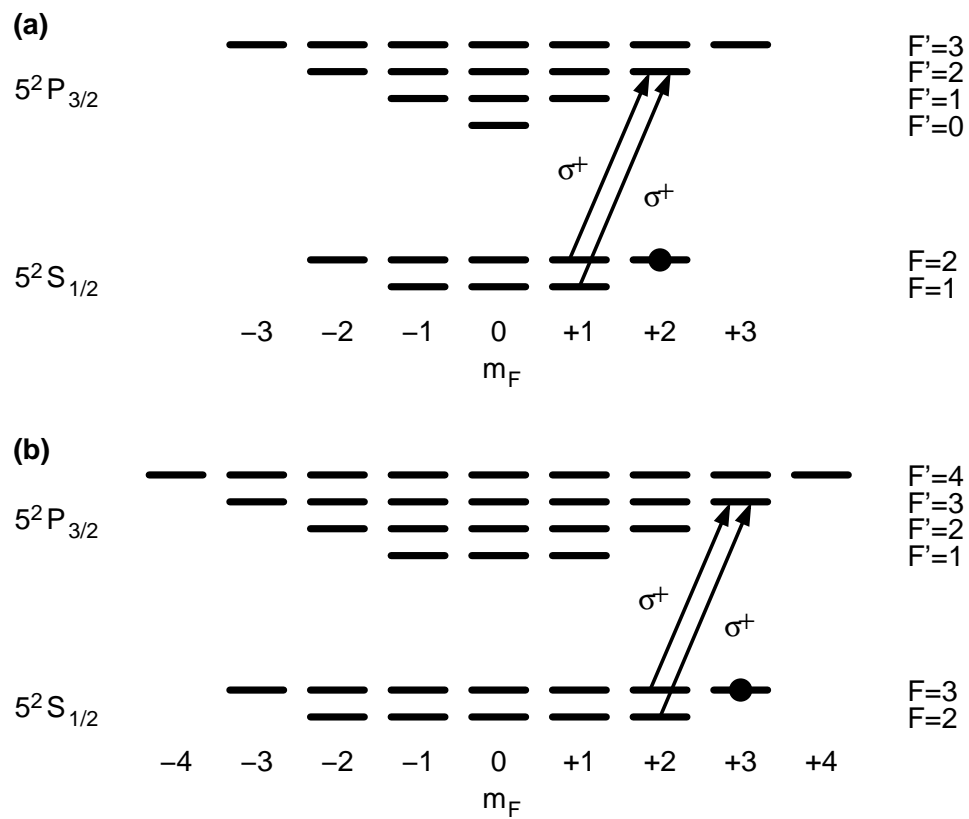


Abbildung 4.12.: Die zum Umpumpen verwendeten Übergänge: **(a)** für ⁸⁷Rb. **(b)** für ⁸⁵Rb.

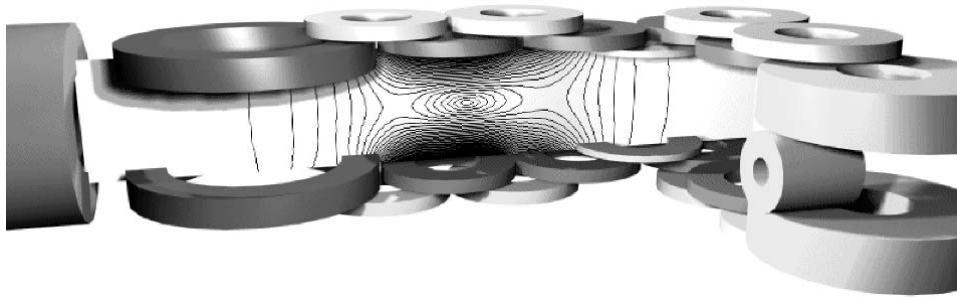


Abbildung 4.13.: Anordnung der Transfer-Spulen. Zusätzlich ist ein Schnitt durch die Äquipotentialflächen während des Transfers dargestellt.

Netzteil mit Umschalter wird zusätzlich verwendet, um Fehler durch die endliche Regelgeschwindigkeit der Netzteile auszuschließen.

4.2.7. Gemeinsame Abbildung von ^{87}Rb und ^{85}Rb

Um unabhängig voneinander beide Atomwolken beobachten zu können, werden nacheinander insgesamt vier Lichtpulse benutzt. Jeder der Pulse ist $100\ \mu\text{s}$ lang, die genaue Abfolge zeigt Tabelle 4.1. Es werden zwei Kameras eingesetzt, da eine Kamera alleine nicht schnell genug ausgelesen werden kann. Die für ^{87}Rb verwendete Kamera ist dabei eine hochwertige Kamera der Firma Apogee mit einem 12bit-Analog-Digital-Wandler während die für ^{85}Rb verwendete Kamera ein Modell der Firma DFG mit einem 8bit-Analog-Digital-Wandler ist.

Zeit [ms]	Bedeutung	Isotop	auf Kamera	Symbol
x	Abbildungs-Puls	^{87}Rb	1	$I(x, y, z_{\text{Kamera}})$
$x + 4$	Abbildungs-Puls	^{85}Rb	2	$I(x, y, z_{\text{Kamera}})$
$x + 1504$	Referenz-Puls	^{85}Rb	2	$I_0(x, y)$
$x + 1700$	Referenz-Puls	^{87}Rb	1	$I_0(x, y)$

Tabelle 4.1.: Übersicht über die einzelnen Abbildungspulse.

5. Sympathetisches Kühlen

In diesem Kapitel wird die erste Realisierung sympathetischen Kühlens zwischen zwei verschiedenen neutralen bosonischen Atom-Spezies vorgestellt. Dabei wurde ^{85}Rb auf ultrakalte Temperaturen gebracht, indem in derselben Falle enthaltenes ^{87}Rb evaporativ gekühlt wurde.

5.1. Hintergrund

Beim sympathetischen Kühlen wird eine kalte Atom- oder allgemein Teilchenwolke durch elastische Stöße an ein thermische Reservoir bestehend aus einer zweiten Atomwolke angekoppelt. Jetzt kann diese zweite Wolke evaporativ gekühlt werden, und die erste Wolke gleicht sich der neuen Temperatur an [36].

Was sind die wesentlichen Vorteile dieses Kühlverfahrens? Zum einen ist es sehr universell und es ist auch für Teilchen geeignet, die sich anderen Kühlverfahren verschließen. Die Technik des evaporativen Kühlens stellt relativ harte Anforderungen sowohl an die zu kühlende Atomsorte als auch an die Apparatur: Evaporatives Kühlen kann nur funktionieren, wenn die zu kühlende Teilchensorte einen hinreichend großen Streuquerschnitt hat und wenn genügend dieser Teilchen gefangen werden können. Dies ist längst nicht für alle interessanten Atome der Fall. So hat z. B. ^{85}Rb einen verschwindenden s -Wellen-Streuquerschnitt σ_{85} für Stoßenergien von $\approx k_B \times 300 \mu\text{K}$ und kann daher nur unter Umgehung dieses Temperaturbereiches überhaupt evaporativ gekühlt werden [6]. Wie genaue Rechnungen aber zeigen [4], sollte es der konstant große Rubidium-Interspezies-Streuquerschnitt σ_{87-85} erlauben, sympathetisches Kühlen auf ^{85}Rb anzuwenden mit ^{87}Rb als Kältereservoir (vgl. Abbildung 1.1 auf Seite 8).

Eine andere, in Referenz [37] angestrebte Anwendung für sympathetisches Kühlen ist, kleine Atomwolken zu kühlen. Können nur wenige Atome der gewünschten Sorte, hier künstlich hergestelltes ^{84}Rb , in der Magnetfalle gefangen werden, so darf von diesen wenigen Atomen nicht auch noch ein Großteil beim Evaporieren aus der Falle entfernt werden. Ein besser verfügbares "Kühlmittel", in der Referenz wieder ^{87}Rb , wird stattdessen evaporativ gekühlt und kühlt dann die seltene Komponente sympathetisch mit.

Sympathetisches Kühlen wird seit kurzem auch auf Fermionen angewendet. Diese sind evaporativem Kühlen ebenfalls nicht zugänglich, da Fermionen bei hinreichend kleinen Temperaturen nicht mehr stoßen (vgl. Kapitel 2.1.3 auf Seite 14). Eine erfolgreiche Demonstration dieses Verfahrens wurde zeitgleich zu dieser Arbeit in Referenz [38] gezeigt. Dort wird sympathetisches Kühlen verwendet, um Fermionen nahe an den Bardeen-Cooper-Schrieffer $\hat{=}$ BCS-Übergang [39] zu kühlen. In dem hier vorgestellten Experiment hingegen soll später ein Gemisch zweier Bose-Einstein-Kondensate verschiedener Isotope untersucht werden.

5.2. Isotopen-selektive Evaporation

Das allgemeine Prinzip der Evaporation wurde bereits in Kapitel 3.2 auf Seite 22 erläutert. Hier wird beschrieben, wie durch die Einstrahlung einer Radio-Frequenz (RF) selektiv ^{87}Rb aus der Magnet-Falle entfernt wird. Daß dies möglich ist, ist durchaus nicht selbstverständlich, da bei einer resonanten Frequenz f_{RF} der RF sowohl ^{87}Rb als auch ^{85}Rb aus der Falle entfernt werden. Selektivität ist jedoch trotzdem gegeben, da ^{87}Rb und ^{85}Rb aufgrund der unterschiedlichen Landé-Faktoren $g_{F,i}$ an verschiedenen Orten der Magnet-Falle in nicht-gefangene Zustände transferiert werden. Und das Verhältnis der $g_{F,i}$ ist für unsere Anwendung genau richtig:

In Gleichung (3.5) auf Seite 23 wird für beide Isotope dieselbe Frequenz f_{RF} eingesetzt. Dann gilt:

$$B_{85} = \frac{g_{F,87}}{g_{F,85}} B_{87} \quad (5.1)$$

mit den Magnetfeldern B_i , bei denen Atome der Spezies i aus der Magnetfalle entfernt werden. Da $g_{F,87} > g_{F,85}$ ist, wird ^{85}Rb also bei größerem Magnetfeld aus der Falle entfernt als ^{87}Rb . Dies bedeutet aber auch, daß ^{85}Rb in größerem Abstand vom Fallenzentrum $|r_{85}|$ aus der Falle entfernt wird als ^{87}Rb , siehe auch Abbildung 5.1. Oder in Kurzform:

$$g_{F,87} > g_{F,85} \implies B(r_{87}) < B(r_{85}) \implies |r_{87}| < |r_{85}|$$

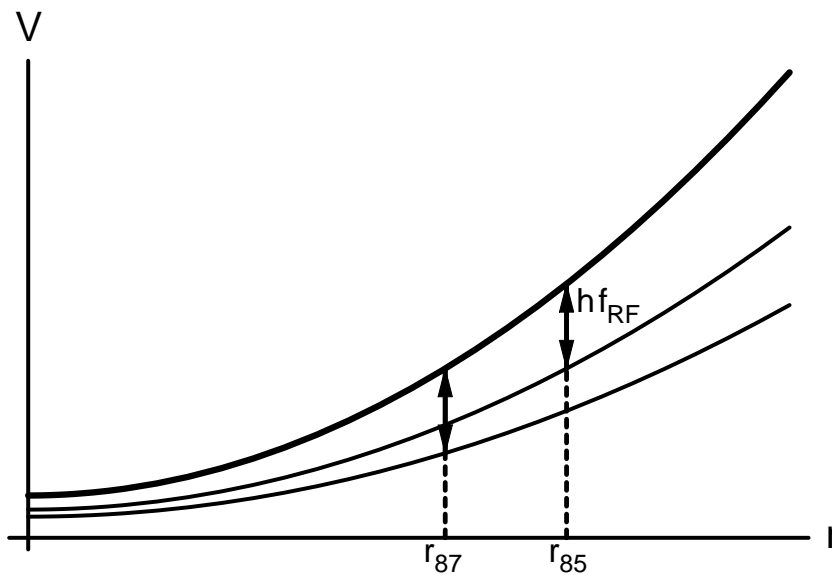


Abbildung 5.1.: Selektivität der Evaporation durch die verschiedenen Auskoppel-Orte für ^{87}Rb und ^{85}Rb bei gleicher Radiofrequenz f_{RF} . Die breite Kurve gilt für $m_F = F$, die schmalen Kurven gelten für Atome mit $m_F = F - 1$.

Solange die ^{87}Rb -Wolke eine wesentlich höhere Wärmekapazität als die ^{85}Rb -Wolke hat, kann die Temperatur der ^{85}Rb -Wolke als durch die ^{87}Rb -Temperatur kontrolliert betrachtet werden. Für gleiche Temperaturen haben aber ^{87}Rb und ^{85}Rb in der Falle dieselbe Ausdehnung, da diese nur durch die Fallenfrequenzen, das magnetische Moment $g_F m_F$ der Atome und die Temperatur gegeben ist. Dadurch gibt es bei r_{85} nur noch die wenigen ^{85}Rb -Atome aus dem Rand der gauß'schen Dichteverteilung. Es wird also vornehmlich ^{87}Rb durch die RF aus der Falle entfernt, und nur wenig ^{85}Rb . Erst, wenn die ^{85}Rb -Temperatur nicht mehr von der ^{87}Rb -Wolke bestimmt wird, weil die Atomzahl für ^{87}Rb in die gleiche Größenordnung wie die für ^{85}Rb kommt, wird auch ^{85}Rb evaporativ gekühlt.

Eine entsprechende Messung zeigt Abbildung 5.2. Zu Beginn der Evaporation war die ^{85}Rb -Teilwolke zu heiß und ihre Dichte damit zu gering, um daraus die Atomzahl zu bestimmen, deshalb wurde das Ende der Evaporation mit Atomtemperaturen unter $70\ \mu\text{K}$ vermessen. Deutlich ist zu sehen, daß die ^{85}Rb -Atomzahl nur schwach mit fortschreitender Evaporation abnimmt, solange die Zahl der ^{87}Rb -Atome wesentlich größer als die der ^{85}Rb -Atome ist. In diesem Bereich haben *beide* Wolken die durch die ^{87}Rb -Evaporation gegebene Temperatur und ^{85}Rb wird nicht evaporiert, sondern sympathetisch gekühlt. Wie oben beschrieben, ändert sich der Kühlmechanismus für ^{85}Rb in evaporatives Kühlen, wenn die Atomzahlen der beiden Isotope in die gleiche Größenordnung kommen. Gleichzeitig tritt bei abnehmender Temperatur ein weiterer Effekt immer stärker auf: mit steigender Dichte nimmt auch die Rate der Verlustprozesse, z. B. molekülbildender Drei-Körper-Stöße, zu. Dadurch wird das evaporative Kühlen ineffektiver, wie auch an den Meß-Punkten zu sehen ist. Bei ^{85}Rb ist der Effekt stärker als bei ^{87}Rb , da ^{85}Rb eine große negative Streulänge ($\hat{=}$ attraktive Wechselwirkung) hat.

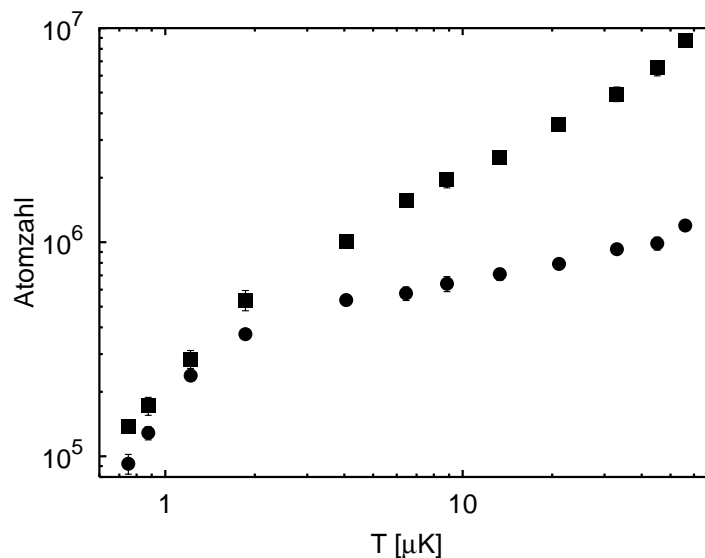


Abbildung 5.2.: Atomzahlen am Ende der Evaporation gegen die Temperatur aufgetragen. Atomzahlen: ■ für ^{87}Rb und ● für ^{85}Rb .

5.3. ^{85}Rb -Kondensat ?

Durch entsprechende Einstellung des anfänglichen Atomzahl-Verhältnisses von ^{87}Rb zu ^{85}Rb kann die Temperatur gewählt werden, bis zu der ^{85}Rb sympathetisch gekühlt wird. Hier wurde eine Situation gewählt, in der ein ^{87}Rb -Kondensat durch evaporatives Kühlen erzeugt wird, während gleichzeitig auch eine kleine Zahl ^{85}Rb -Atome in der Falle ist. Durch sympathetisches Kühlen könnte dann auch ein Teil der ^{85}Rb -Wolke die kritische Phasenraumdichte überschritten haben und kondensiert sein. Dafür spricht, daß beide Wolken in thermischem Kontakt stehen. Dagegen, daß ^{85}Rb eine hohe Drei-Körper-Stoßrate hat, die die Kondensat-Entstehung verhindern könnte.

Eine entsprechende Messung zeigt Abbildung 5.3 auf der nächsten Seite. Da ^{85}Rb aber bei einem Magnetfeld von wenigen Gauß $\hat{=} 0,1\text{ mT}$ eine große negative Streulänge von $a_{85} \approx -370 \times a_0$ hat [40], sind nur Kondensate von bis zu 90 Atomen stabil [4]. Derart kleine Wolken können mit der verwendeten Abbildung zwar gerade noch erkannt werden, eine Bestimmung der Atomzahl oder der Dichteverteilung ist jedoch nicht mehr möglich.

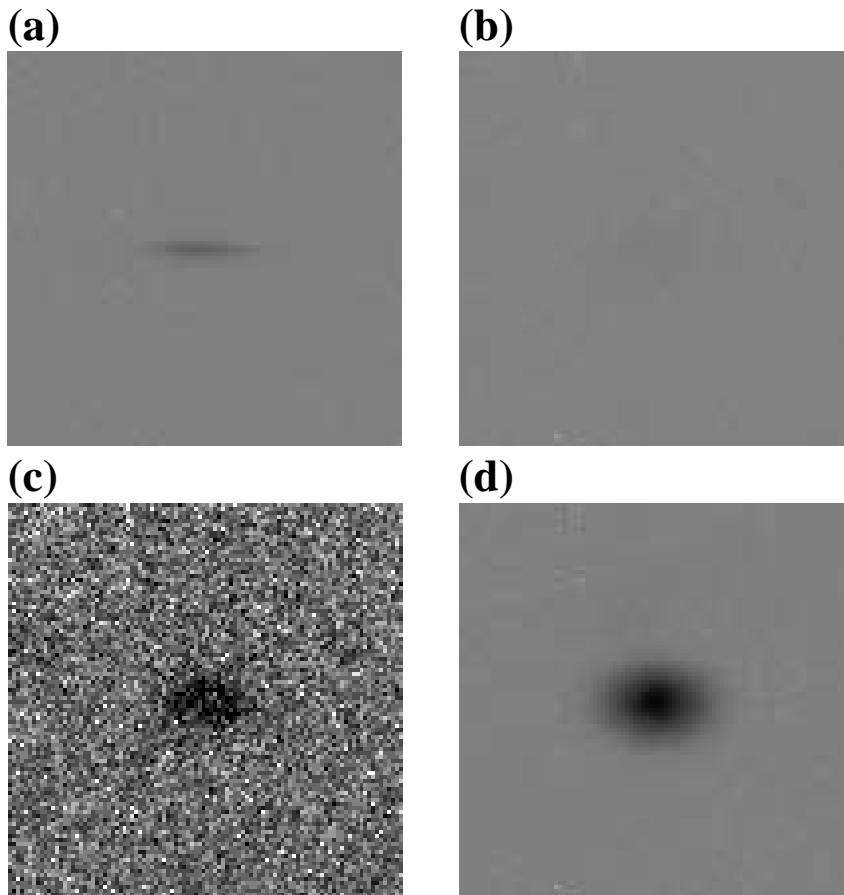


Abbildung 5.3.: Aufnahmen verschiedener ^{85}Rb -Wolken in Anwesenheit eines ^{87}Rb -Kondensates. **(a)** Aufnahme in der Falle. **(b)** Aufnahme nach 6 ms Expansion. **(c)** Die gleiche Aufnahme wie in (b), mit reskaliertem Farbschema. **(d)** Ein ^{87}Rb -Kondensat nach 6 ms Expansion zum Vergleich. Bei allen Bildern beträgt die Kantenlänge $445\ \mu\text{m}$.

6. Messung des Interspezies-Streuquerschnitts

Das Konzept des sympathetischen Kühlens funktioniert nur, wenn der Interspezies-Streuquerschnitt zwischen dem Kühlmedium und der zu kühlenden Probe hinreichend groß ist. Zu Beginn dieser Arbeit war der ^{87}Rb - ^{85}Rb -Streuquerschnitt σ_{87-85} nicht genau bekannt, es existierte lediglich eine theoretische Vorhersage [8]. In diesem Kapitel wird die erstmalige quantitative Messung des Interspezies-Streuquerschnitts vorgestellt [7].

Bei der Messung wird eine Atomwolke durch parametrisches Heizen aus dem thermischen Gleichgewicht gebracht, die Temperatur T_r in den radialen Achsen steigt. Die Relaxation zu einer neuen Gleichgewichts-Temperatur erfolgt durch s -Wellen-Stöße, bei denen Energie zwischen den einzelnen Achsen ausgetauscht wird. Durch Messung der Relaxationszeit kann daher auf den Streuquerschnitt zurückgeschlossen werden [41]. Das Prinzip der Meßmethode zeigt auch Abbildung 6.1. Der mehrkomponentige Fall unterscheidet sich vom einkomponentigen Fall nur dadurch, daß hier mehrere verschiedene Stoßarten zur Thermalisierung der Atomwolke eines Isotops beitragen, näheres siehe Kapitel 6.3.1 auf Seite 53.

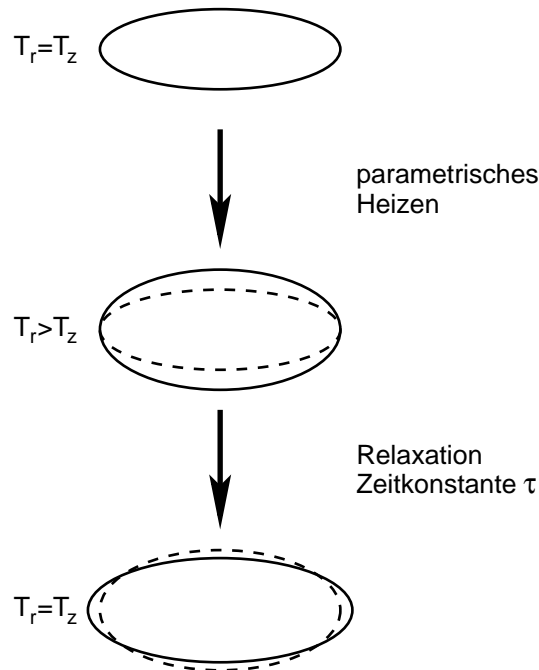


Abbildung 6.1.: Konzept der Stoßquerschnittsmessung. Der vorhergehende Zustand der Wolke ist jeweils gestrichelt eingetragen.

6.1. Charakterisierung der Apparatur

Für eine möglichst genaue Daten-Auswertung der Streuquerschnitts-Messung werden eine Reihe von Parametern des Experiments benötigt, wie die Fallenlebensdauer, die Atomzahl, oder der Abbildungs-Maßstab.

6.1.1. Fallen-Lebensdauer

Die Fallen-Lebensdauer muß wesentlich größer als die Dauer des Experiments sein, damit die Atomzahl bei der Auswertung der eigentlichen Messung als konstant angenommen werden kann.

Zur Bestimmung der Lebensdauer wird eine kalte Gaswolke in der *QUIC*-Falle erzeugt und ihre Atomzahl nach verschiedenen Haltezeiten durch eine Absorptionsabbildung bestimmt. Dabei werden sowohl reine ^{87}Rb -Wolken als auch gemischte ^{87}Rb - ^{85}Rb -Wolken verwendet.

An die genommenen Meßdaten wird ein exponentieller Abfall angepaßt, da bei Temperaturen wesentlich über der kritischen Temperatur die Verluste von Stößen mit dem Hintergrund-Gas dominiert werden, also $\dot{n} \propto -n$ gilt. Es ergibt sich eine Lebensdauer von 90 s, was wesentlich größer als die Dauer des eigentlichen Experimentes von höchstens 2 s ist.

6.1.2. Fallenfrequenzen

Um selektiv eine Achse der Wolke parametrisch heizen zu können, aber auch um die numerische Simulation an das Experiment anzupassen, müssen die Fallenfrequenzen bekannt sein.

Die Fallenfrequenzen werden bestimmt, indem bei einer kalten ^{87}Rb -Wolke die Falle mit einer Testfrequenz moduliert wird. Wird bei der anschließenden Absorptionsabbildung festgestellt, daß sich die Wolke in einer Achse erwärmt hat, so ist die Wolke parametrisch geheizt worden und die der geheizten Achse entsprechende Fallenfrequenz ist die Hälfte der Testfrequenz. Da die Resonanzkurve für diese Anregung nur wenige Hertz breit ist, wird die Frequenz bei jedem Versuch über einen gewissen Bereich hinwegbewegt. So läßt sich feststellen, ob es eine Fallenfrequenz im entsprechenden Bereich gibt und dann kann der Bereich schrittweise verkleinert werden.

Auf diese Weise ist aus den Daten in Abbildung 6.2 auf der nächsten Seite die axiale Fallenfrequenz zu $\omega_z = 2\pi \times 24 \text{ Hz}$ und die radiale Fallenfrequenz zu $\omega_r = 2\pi \times 219 \text{ Hz}$ bestimmt worden.

6.1.3. Stabilität der Atomzahlen

Bei der Auswertung ist die Dichte in der Wolke und damit die Atomzahl von entscheidender Bedeutung. Zum einen bedeutet dies, daß die Atomzahl *absolut* gemessen werden muß, die Abbildung ist also sorgfältig durchzuführen: die Einstellung des Spins der Atome ist ebenso festzulegen wie die Polarisierung und Stärke des Abbildungslichts. Zum anderen muß die Atomzahl aber auf einem gewählten Niveau über viele Experiment-Zyklen stabil gehalten

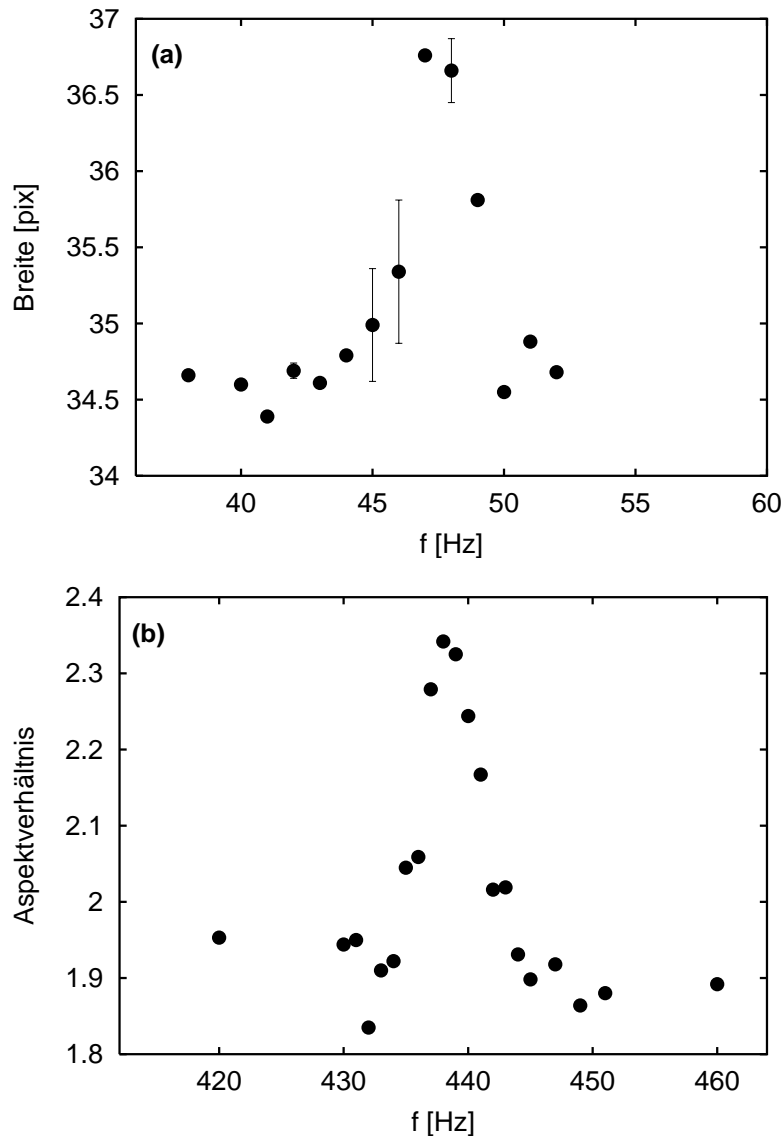


Abbildung 6.2.: Gezeigt ist ein Fallenparameter (Größe in einer Achse oder Aspektverhältnis) gegen die Anregungsfrequenz. Die Fallenfrequenz liegt bei der Hälfte der Mittenfrequenz der Kurven. **(a)** Bestimmung der axialen Fallenfrequenz, **(b)** Bestimmung der radialen Fallenfrequenz.

werden können, weil in die Auswertung die Relaxationszeit als Funktion der Atomzahl eingeht. Bei der Bestimmung der Lebensdauer ist also innerhalb einer Meßreihe eine konstante Atomzahl wichtig.

Die in Kapitel 4.2.4 auf Seite 36 bereits genannten Probleme mit den vom *TA* erzeugten Misch-Moden wirken sich gerade auf die Atomzahl-Stabilität aus. Zwar ist im Allgemeinen die Streuung der Wolkengröße noch innerhalb akzeptabler Grenzen, aber pro Meßreihe müssen auch bei guten Bedingungen einige Messungen verworfen werden, weil die Atomzahl zu weit vom Mittelwert der restlichen Meßreihe abweicht. Es scheint sich hier nur um Streuungen *in der Präparation* zu handeln, nicht um einen systematischen Effekt. Damit tritt auch keine Verfälschung durch das Weglassen der entsprechenden Messungen auf.

6.2. Vorgehen bei der Messung

Eine Atomwolke wird durch parametrisches Heizen der radialen Achsen aus dem thermischen Gleichgewicht gebracht. Es gibt im Allgemeinen zwei Prozesse, die zur Relaxation der Wolke in ein neues Gleichgewicht beitragen können:

- Durch Anharmonizitäten der Falle, also höhere Ordnungen in der Fallengeometrie, kann es zu einer Umverteilung der kinetischen Energie zwischen den Achsen der Falle kommen.
- Durch elastische Stöße zwischen jeweils zwei Atomen wird deren kinetische Energie neu verteilt.

Die Relaxation durch Stöße skaliert linear mit der Dichte und damit der Atomzahl, die Relaxation durch Fallen-Anharmonizitäten ist dagegen von der Dichte unabhängig. Bei einem entsprechenden Versuch wurde ein linearer Zusammenhang zwischen der Atomzahl und der Relaxationszeit beobachtet. Damit sind elastische Stöße als Haupt-Ursache der Relaxation identifiziert.

Im Experiment werden sowohl reine ^{87}Rb -Wolken als auch gemischte Atomwolken mit einer Temperatur von $7\ \mu\text{K}$ durch parametrisches Heizen aus dem Gleichgewicht gebracht, anschließend wird nach einer variablen Wartezeit die ^{87}Rb -Wolke abgebildet. Auf diese Weise ist für beide Fälle die Relaxationszeit bestimmt worden. Im Fall der gemischten Wolken sind ebensoviele ^{87}Rb -Atome enthalten wie bei den reinen Wolken und zusätzlich noch die doppelte Anzahl ^{85}Rb -Atome.

6.3. Auswertung der Meßreihen

An dieser Stelle soll gezeigt werden, wie aus der Beobachtung der Relaxation einer Atomwolke auf den Interspezies-Streuquerschnitt zurückgeschlossen werden kann.

6.3.1. Ableitung des Streuquerschnitts aus Relaxationszeiten

Die Bestimmung des Interspezies-Streuquerschnitts zwischen ^{87}Rb und ^{85}Rb wird dadurch erleichtert, daß die drei Streuquerschnitte für ^{87}Rb , ^{85}Rb und der vorhergesagte Wert für ^{87}Rb - ^{85}Rb sehr unterschiedlich sind. Es gilt:

$$\sigma_{87} : \sigma_{87-85} : \sigma_{85} \approx 1 : 2 : 16 .$$

Die ^{85}Rb -Wolke kann also bereits kurz nach dem parametrischen Heizen als thermalisiert betrachtet werden, während die ^{87}Rb -Wolke kaum relaxiert ist. Diese Annahme erlaubt es nun, die gemessene Zeitkonstante auf eine Kombination aus ^{87}Rb - ^{87}Rb Stößen und ^{87}Rb - ^{85}Rb Stößen zurückzuführen.

Die Relaxation bei einer reinen ^{87}Rb -Wolke ist gegeben durch

$$\frac{1}{\tau_{87}} = \alpha^{-1} \Gamma_{87} \quad (6.1)$$

mit der gemessenen Zeitkonstante τ_{87} , der Zahl der Stöße α pro Atom bis zur Thermalisation (=2,7 [42]) und der elastischen Stoßrate $\Gamma_{87} = \bar{n}_{87} \sigma_{87} \bar{v}_{87}$. Dabei ist \bar{n}_{87} die effektive Dichte, σ_{87} der Streuquerschnitt und \bar{v}_{87} die mittlere Geschwindigkeit. Im Fall der gemischten Wolke gibt es zwei Sorten Stöße, die zur Relaxation der Wolke beitragen können:

$$\frac{1}{\tau_{\text{mix}}} = \alpha^{-1} \Gamma_{87} + \tilde{\alpha}^{-1} \Gamma_{87-85} . \quad (6.2)$$

Die Symbole haben die dem oben beschriebenen Fall entsprechenden Bedeutungen. Für den Fall, daß die Thermalisierung eines Atoms an einer bereits thermalisierten Wolke schneller abläuft als im Fall reiner Wolken, wurde $\tilde{\alpha}$ eingeführt. Für die Stoßrate gilt:

$$\Gamma_{87-85} = \bar{n}_{85} \sigma_{87-85} \bar{v}_{87-85} . \quad (6.3)$$

Zusammen mit diesen Gleichungen für die mittleren Geschwindigkeiten

$$\bar{v}_{87} = \sqrt{\frac{16 k_B T}{\pi}} \sqrt{\frac{1}{m_{87}}} \quad (6.4a)$$

$$\bar{v}_{87-85} = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi}} \sqrt{\frac{m_{87} + m_{85}}{m_{87} m_{85}}} \quad (6.4b)$$

$$(6.4c)$$

folgt:

$$\frac{\tau_{87}}{\tau_{\text{mix}}} = 1 + \frac{\alpha}{\tilde{\alpha}} \frac{\bar{n}_{85}}{\bar{n}_{87}} \frac{\sigma_{87-85}}{\sigma_{87}} \sqrt{\frac{m_{87} + m_{85}}{2 m_{85}}} . \quad (6.5)$$

Wird nun noch angesetzt, daß $\frac{\bar{n}_{85}}{\bar{n}_{87}} = \frac{N_{85}}{N_{87}}$ gilt, dann kann für den Interspezies-Streuquerschnitt gefolgert werden:

$$\sigma_{87-85} = \sqrt{2} \left(1 + \frac{m_{87}}{m_{85}} \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{\tilde{\alpha}}{\alpha} \left(\frac{\tau_{87}}{\tau_{\text{mix}}} - 1 \right) \frac{N_{87}}{N_{85}} \times \sigma_{87}. \quad (6.6)$$

Hier sind die τ_i und die N_i Meßwerte. Nur das Verhältnis $\frac{\tilde{\alpha}}{\alpha}$ bleibt noch zu bestimmen.

6.3.2. Auswertung der Monte-Carlo Simulation

Die Bestimmung des Verhältnisses $\frac{\tilde{\alpha}}{\alpha}$ erfolgt durch eine Monte-Carlo Simulation, beschrieben in Kapitel 7 auf Seite 59. Die Parameter der Simulationen zeigt Tabelle 6.1.

Parameter	reines ^{87}Rb	Gemisch
Zahl der Simulationen	je 100	
$\sigma_{87}/(10^{-16} \text{ m}^2)$	8,029	
Fallenfrequenzen	$f_{\rho}=219 \text{ Hz}, f_z=24 \text{ Hz}$	
Zahl der Zellen	$400 \times 400 \times 40$	
Bewegungs-Algorithmus	analytische Lösung	
Zellengröße/ μm^3	2,5 ³	
Schrittweite/ μs	20	
Atome pro Makro-Atom	50	
Atomzahl ^{87}Rb	150.000	
Endtemperatur	7 μK	
Temperaturverhältnis	1,2	
Entwicklungszeit	4 s	3 s
$\sigma_{85}/(10^{-16} \text{ m}^2)$	112,6	
$\sigma_{87-85}/(10^{-16} \text{ m}^2)$	16,12	
Atomzahl ^{85}Rb	330.000	

Tabelle 6.1.: Parameter der Simulation

An die Ergebnisse der Simulationen (siehe Abbildung 6.3 auf der nächsten Seite) werden exponentielle Abfälle $f(t) = c_1 - c_2 e^{-t/\tau}$ angepaßt und dadurch die Relaxations-Zeiten bestimmt. Die Ergebnisse zeigt Tabelle 6.2.

Variable	Wert
τ_{87}	$1,088 \pm 0,004 \text{ s}$
τ_{mix}	$176 \pm 2 \text{ ms}$
τ_{85}	$34,2 \pm 0,8 \text{ ms}$

Tabelle 6.2.: Ergebnisse aus der Simulation

Aus τ_{87} und τ_{mix} wird dann mit Gleichung (6.6) das Verhältnis $\frac{\tilde{\alpha}}{\alpha}$ bestimmt:

$$\frac{\tilde{\alpha}}{\alpha} = 0,84 \pm 0,03$$

An einer sich bereits im Gleichgewicht befindlichen Wolke kann also, wie bei der Erstellung von Gleichung (6.2) angenommen, mit weniger Stößen relaxiert werden als an einer

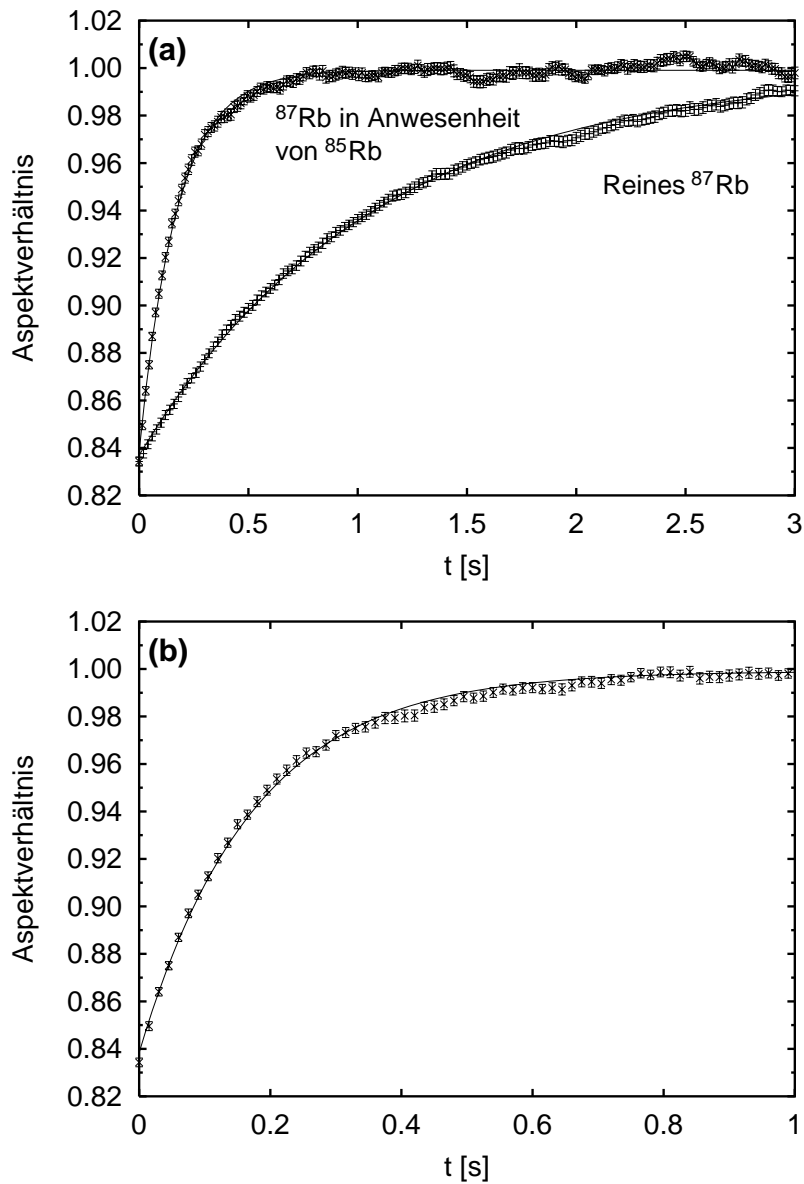


Abbildung 6.3.: Das simulierte Aspektverhältnis der Energien gegen die Zeit. **(a)** Reine ^{87}Rb -Wolke und ^{87}Rb -Wolke in Anwesenheit von ^{85}Rb . Deutlich ist zu sehen, daß ^{87}Rb in Anwesenheit von ^{85}Rb wesentlich schneller relaxiert. **(b)** Vergrößerter Ausschnitt der Kurve für den gemischten Fall aus (a).

Wolke mit anisotroper Geschwindigkeitsverteilung. Dies liegt einfach daran, daß die Stoßpartner aus der relaxierten Wolke sich durch schnellere Stöße untereinander immer wieder thermalisieren, bevor ein weiterer Interspezies-Stoß erfolgt. Stoßpartner aus einer nicht relaxierten Wolke dagegen sind noch durch die vorhergehenden Stöße beeinflusst.

6.3.3. Bestimmung von σ_{87-85}

Das Aspektverhältnis $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ der ^{87}Rb -Wolke sowie die Atomzahlen N_{87} und N_{85} werden für alle Meßpunkte bestimmt, wie in Kapitel 3.3 auf Seite 23 beschrieben. Das Aspektverhältnis wird gegen die Entwicklungszeit aufgetragen (Abbildung 6.4 auf der nächsten Seite, die Fehlerbalken ergeben sich aus der Standardabweichung der Mittelung). Sowohl im Fall einer reinen ^{87}Rb -Wolke als auch im gemischten Fall kann eine exponentielle Relaxation des Aspektverhältnisses gegen einen durch die Fallenfrequenzen gegebenen Grenzwert beobachtet werden. Während in der Simulation das Aspektverhältnis der Energien betrachtet wurde, wird hier das Aspektverhältnis aus den Breiten der Gaußverteilung betrachtet. Es gilt:

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \sqrt{\frac{T_x}{T_y}} = \sqrt{\frac{E_x}{E_y}}. \quad (6.7)$$

Also sind die aus der Simulation gefolgerten Rethermalisierungszeiten um einen Faktor zwei länger als die gemessenen. Hiervon ist jedoch das Verhältnis $\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}$ nicht beeinflusst, da der Faktor zwei sowohl im Zähler wie auch im Nenner auftaucht.

Damit sind nun alle notwendigen Daten bekannt, um den Interspezies-Streuquerschnitt σ_{87-85} berechnen zu können. Die Ergebnisse sind zusammen mit den Fehlergrenzen in Tabelle 6.3 aufgeführt.

Variable	Wert
τ_{87}	1160 ± 100 ms
τ_{mix}	190 ± 20 ms
$\frac{N_{85}}{N_{87}}$	$2,2 \pm 0,2$

Tabelle 6.3.: Ergebnisse aus der Messung

Hieraus ergibt sich mit Gleichung (6.6):

$$\sigma_{87-85} = (1,92 \pm 0,4) \times \sigma_{87}$$

Mit $\sigma_{87} = 8\pi a_{87}^2$ und der ^{87}Rb -Streulänge $a_{87} = (106 \pm 4) \times a_0$ [8, 43] und unter Beachtung, daß ^{87}Rb und ^{85}Rb unterscheidbar sind ($\sigma_{87-85} = 4\pi a_{87-85}^2$), ergibt sich:

$$|a_{87-85}| = (208 \pm 23) \times a_0$$

Dieses Ergebnis sieht in guter Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage aus Referenz [8]: $a_{87-85} = +(213 \pm 7) \times a_0$.

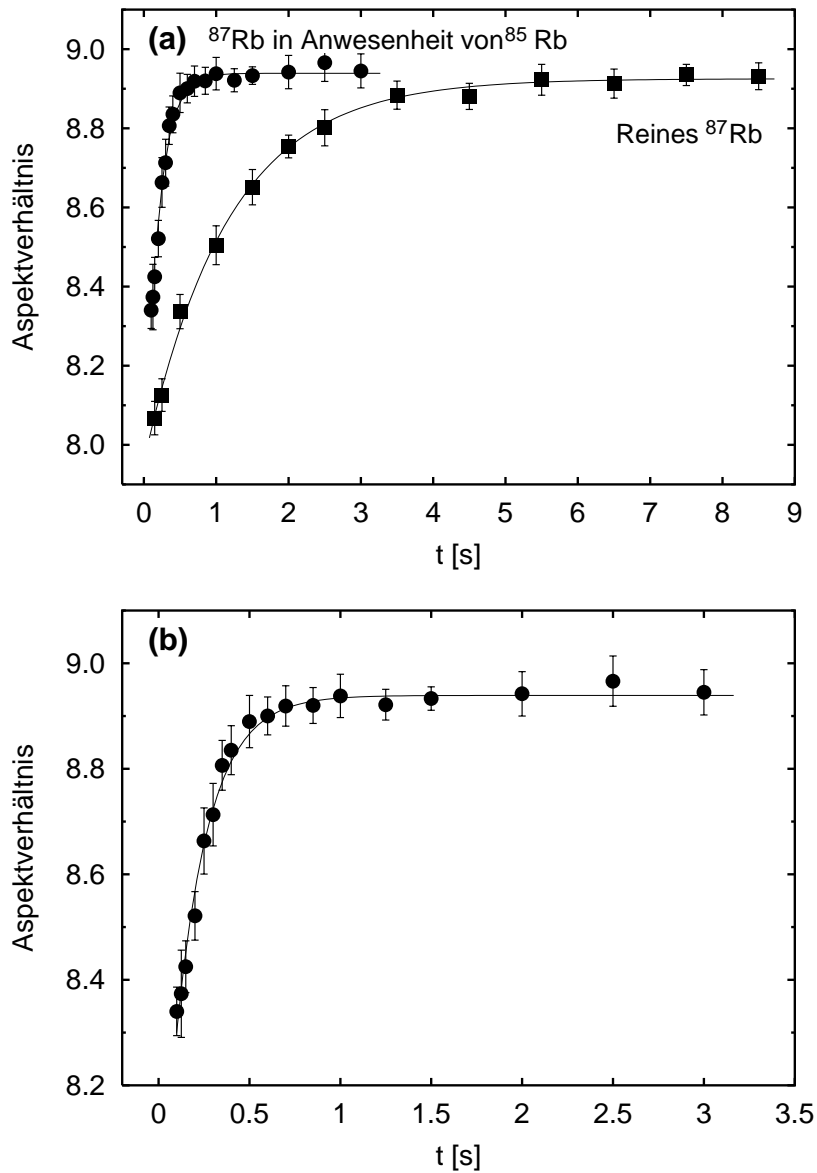


Abbildung 6.4.: Das gemessene Aspekt-Verhältnis der ^{87}Rb -Wolke gegen die Zeit. **(a)** Reine ^{87}Rb -Wolke und ^{87}Rb -Wolke in Anwesenheit von ^{85}Rb . Deutlich ist zu sehen, daß ^{87}Rb in Anwesenheit von ^{85}Rb wesentlich schneller relaxiert. **(b)** Vergrößerter Ausschnitt der Kurve für den gemischten Fall aus (a).

7. Monte-Carlo Simulation der Wolken-Relaxation

Bei der in Kapitel 6 beschriebenen Messung wird eine gemischte Atomwolke durch parametrisches Heizen aus dem thermischen Gleichgewicht ausgelenkt und die Dauer der Relaxation zu einer neuen Gleichgewichts-Temperatur beobachtet. Um aus dieser Information auf den Streuquerschnitt schließen zu können, wird die durchschnittliche Zahl der Interspezies-Stöße $\tilde{\alpha}$ benötigt, die ein Atom durchführen muß, bis es relaxiert ist. Für den Fall ein-elementiger Wolken wurde die entsprechende Zahl α durch Simulationen ähnlich der hier beschriebenen zu 2,7 bestimmt [42].

Der Wert $\tilde{\alpha}$ wird durch eine sogenannte Direkte Simulation Monte-Carlo (*DSMC*) bestimmt [44], deren Funktionsweise hier beschrieben werden soll. Die zur Auswertung der Streuquerschnitts-Messung durchgeführte Simulation ist schon in Kapitel 6.3.2 auf Seite 54 gezeigt worden.

7.1. Konzept

Bei der *DSMC* werden Atome als klassisch bewegte, miteinander durch *s*-Wellen-Stöße wechselwirkende Teilchen modelliert. Dadurch braucht das Problem nicht in Form von Differentialgleichungen formuliert zu werden, was bei einigen Aufgabenstellungen wesentlich schwieriger sein kann. Oft werden, um die Zahl der Teilchen handhabbar zu halten, sogenannte Makro-Atome verwendet. Ein Makro-Atom entspricht mehreren echten Atomen, lediglich der Stoßquerschnitt wird entsprechend skaliert (n Atome pro Makro-Atom $\Rightarrow n$ -facher Streuquerschnitt).

Die Simulation läuft (vereinfacht) nach folgendem Schema ab:

1. Jedem Teilchen wird entsprechend der gewählten Anfangsverteilung (gegeben durch Temperatur und Fallenparameter) ein zufällig gewählter Ort und Impuls zugewiesen.
2. Solange die Simulation noch nicht beendet ist, wird folgende Prozedur für einen Zeitschritt wiederholt:
 - a) Bewege alle Atome entsprechend der Bewegungsgleichung in der Falle einen Zeitschritt vorwärts.
 - b) Teile alle Atome in Raum-Zellen ein. Alle Atome in derselben Zelle werden paarweise ein mögliches Stoßpaar (2 Atome $\hat{=}$ 1 Paar, 3 Atome $\hat{=}$ 3 Paaren, n Atome $\hat{=}$ $\frac{1}{2} (n - 1) n$ Paaren).
 - c) Für alle möglichen Stoßpaare bestimme die Wahrscheinlichkeit für einen Stoß und würfle, ob anhand dieser Wahrscheinlichkeit ein Stoß stattfinden soll. Wenn

ja, führe den s -Wellen-Stoß unter zufälliger Wahl der neuen Bewegungsrichtungen der Atome aus.

3. Führe die gewünschten Messungen (z. B. Temperatur, Gesamt-Energie, Abbildung der Dichteverteilung auf virtuelle Kamera) an der simulierten Atomwolke durch.

7.1.1. Bewegung

Die Teilchen in der Simulation bewegen sich, unter Vernachlässigung der Stöße, entsprechend der Bewegungsgleichung

$$\ddot{x}(t) = F(x(t), v(t), t) . \quad (7.1)$$

Dabei ist z. B. für die harmonische Falle $F(x, v, t) = -\omega^2 x$. Die Bewegung eines Teilchens kann nun auf verschiedenste Weisen berechnet werden. In diesem Programm sind zwei mögliche Methoden implementiert: die Bewegung mittels des Runge-Kutta-Verfahrens sowie die Bewegung durch analytische Lösung der Bewegungsgleichung im Spezialfall der harmonischen Falle.

Runge-Kutta

Der Runge-Kutta-Algorithmus [45, Kap. 16.1] dient dazu, eine lineare Differential-Gleichung erster Ordnung mit Anfangsbedingung numerisch zu entwickeln. Eine lineare Bewegungsgleichung zweiter Ordnung, wie z.B. die für eine harmonische Falle, läßt sich durch Übergang in den Phasenraum in eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung überführen und ist damit für den Runge-Kutta-Algorithmus zugänglich.

Eine sehr einfache und entsprechend ungenaue Vorstufe zum Runge-Kutta-Algorithmus ist das Eulersche Einzelschritt-Verfahren, bei dem von der aktuellen Position aus in einem Schritt die Bewegungsgleichung (7.1) weiterentwickelt wird :

$$x(t + \delta t) = x(t) + \delta t v(t) \quad (7.2a)$$

$$v(t + \delta t) = v(t) + \delta t F(x(t), v(t), t) . \quad (7.2b)$$

Beim Runge-Kutta-Verfahren wird ein wesentlich diffizileres Verfahren verwendet, bei dem an insgesamt vier Stellen die Differential-Gleichung (7.1) ausgewertet wird (für einen Runge-Kutta-Algorithmus vierter Ordnung):

$$z(t + \delta t) = z(t) + \frac{\delta t}{6} (k_1 + 2 k_2 + 2 k_3 + k_4) \quad (7.3)$$

mit:

$$z := \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} \quad (7.4a)$$

$$k_1 := F(z(t), t) \quad (7.4b)$$

$$k_2 := F\left(z(t) + \frac{k_1}{2}, t + \frac{\delta t}{2}\right) \quad (7.4c)$$

$$k_3 := F\left(z(t) + \frac{k_2}{2}, t + \frac{\delta t}{2}\right) \quad (7.4d)$$

$$k_4 := F\left(z(t) + k_3, t + \delta t\right). \quad (7.4e)$$

Dieses Verfahren ist für beliebige Fallenpotentiale einsetzbar und ist in dieser Simulation für nicht-harmonische Fallenpotentiale vorgesehen. Da eine Differentialgleichung vorausberechnet wird, ist dieses Verfahren anfällig gegen numerische Fehler, die durch eine zu große Wahl der Zeitschritte entstehen.

Bewegung durch analytische Lösung

Bei diesem Verfahren wurde die Bewegungsgleichung (7.1) im Spezialfall der harmonischen Falle gelöst, die Lösung hat pro Atom sechs Freiheitsgrade (\mathbf{A} und ϕ) und ist abhängig von 3 Fallenparametern (ω , gleich für alle Atome):

$$\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{A}_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad (7.5a)$$

$$\mathbf{v}_i(t) = \omega_i \mathbf{A}_i \cos(\omega_i t + \phi_i). \quad (7.5b)$$

Dabei bezeichnet $(\cdot)_i$ die i -te Komponente eines Vektors. Sind Position und Geschwindigkeit im Phasenraum gegeben, entweder nach der Initialisierung oder nach einem Stoß, so werden diese Daten in den Parameterraum konvertiert durch die Transformation:

$$\mathbf{A}_i = \frac{\sqrt{(\mathbf{v}_i)^2 + (\omega_i \mathbf{r}_i)^2}}{\omega_i} \quad (7.6a)$$

$$\phi_i = \text{sign}(\mathbf{r}_i) \arccos\left(\frac{\mathbf{v}_i}{\sqrt{(\mathbf{v}_i)^2 + (\omega_i \mathbf{r}_i)^2}}\right) - \omega_i t \quad (7.6b)$$

wobei in diesem Fall $\text{sign}(\mathbf{r}_i = 0) := +1$ gelten soll und der pathologische Fall $\mathbf{r}_i = \mathbf{v}_i = 0$ ausgeschlossen sei. Bei der Bewegung eines Atoms werden jeweils diese Parameter und die aktuelle Zeit in die Gleichungen (7.5) eingesetzt.

Dieses Verfahren ist unanfällig gegenüber numerischen Fehlern durch zu große Zeitschritte, da die Bewegung analytisch exakt bekannt ist. Es läßt sich dadurch die Schrittweite so groß wählen, wie es für die Stoßberechnung ideal ist, was viel weniger Schritte bedeutet als für eine vergleichbare Simulation mit dem Runge-Kutta-Verfahren. Außerdem ist das Verfahren erheblich schneller als Runge-Kutta, da bei der Bewegung nur wenige Rechenoperationen nötig sind und die rechenintensiven Rücktransformationen (7.6) nur selten stattfinden.

Umgekehrt ist dieses Verfahren nicht erweiterbar auf solche Fallenpotentiale, deren Bewegungsgleichung nicht analytisch gelöst werden kann. In diesen Fällen wird die Bewegung mit dem Runge-Kutta-Algorithmus berechnet. Z. B. kann für heiße Atome die Bewegung in einer QUIC-Falle nicht mehr analytisch gelöst werden, da deren Potential im Außenbereich in das lineare Potential einer magnetischen Quadrupol-Falle übergeht.

7.1.2. Stöße

Nachdem alle Atome bewegt wurden, wird überprüft, ob sich dabei Atome nahe genug gekommen sind, um miteinander stoßen zu können. Zur Zeitersparnis wird der komplette Ortsraum in rechteckige Zellen eingeteilt, so daß jedes Atom sich immer in genau einer Zelle befindet. “Nahe genug für einen Stoß” bedeutet nun schlicht, daß zwei Atome sich in derselben Zelle befinden. Sind mehr als zwei Atome in einer Zelle, so werden die Atome paarweise auf einen möglichen Stoß hin überprüft, unabhängig davon ob bereits ein Stoß in der Zelle stattfand oder nicht.

Diese Näherung beschleunigt zwar die Ausführung enorm, da nicht paarweise der Abstand zwischen allen Atomen bestimmt werden muß, bringt aber auch die Schwierigkeit mit sich, die Größe der Zelle richtig zu wählen. Sind die Zellen zu groß gewählt, so läßt die Simulation Teilchen miteinander stoßen, die dafür eigentlich viel zu weit voneinander entfernt sind. Bei zu kleinen Zellen können Atome aneinander vorbeifliegen, ohne während einer Stoßprüfung je in derselben Zelle zu sein. Außerdem wird dann die Berechnung der Stoßwahrscheinlichkeit fehlerhaft. Andere Beschränkungen werden in Kapitel 7.1.3 diskutiert.

Von einem Kandidaten-Paar wird die Relativ-Geschwindigkeit berechnet. Als Stoßwahrscheinlichkeit wird das Verhältnis von “Stoßzylinder” zu Zellenvolumen genommen [46, 44]. Der Stoßzylinder ist der von einem Atom mit dem Querschnitt gleich dem Stoßquerschnitt in einem Zeitschritt mit der Relativgeschwindigkeit durchflogene Raum.

$$P_{\text{Stoß}} = \frac{\sigma |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^2 \delta t}{V_{\text{Zelle}}} . \quad (7.7)$$

Offensichtlich ist diese Näherung nur für kleine δt gültig, da ansonsten die Stoßwahrscheinlichkeit sogar größer als 1 werden kann. Diese Beschränkung wird ebenfalls in Kapitel 7.1.3 diskutiert.

7.1.3. Parameterwahl

Bei der Definition eines Simulationslaufs sind einige Parameter festzulegen, insbesondere die Zellengröße, die Länge der Zeitschritte sowie die Zahl der Atome in einem Makro-Atom.

Die Wahl der Zellengröße und die der Weite des Zeitschrittes sind oft eng miteinander verknüpft, da entsprechende Beschränkungen meist beide Werte enthalten. Hier nun eine Auflistung aller Beschränkungen (\bar{v} ist die mittlere Geschwindigkeit der Atome):

- In Kapitel 7.1.2 wurde bereits gezeigt, daß die Zellengröße einen bestimmten Wert nicht überschreiten darf:

$$V_{\text{Zelle}}^{1/3} \lesssim \frac{\text{Wolkengröße}}{10}$$

- Wie bereits erwähnt, wird bei der Berechnung der Stoßwahrscheinlichkeit der Quotient aus Schrittweite und Zellengröße gebildet, der nicht zu groß sein darf. Die a-Priori-Stoßwahrscheinlichkeit sollte kleiner als 0,005 sein.

$$V_{\text{Zelle}}/\delta t \gtrsim \frac{\sigma \bar{v}}{0,005}$$

- Ein Atom muß in jeder Zelle auf seiner Bahn wenigstens einmal einer Stoßprüfung unterzogen werden. Die Weite eines Zeitschrittes sollte also nicht zu groß sein.

$$V_{\text{Zelle}}^{1/3}/\delta t \gtrsim \bar{v}$$

- Bei der Schrittweite gibt es aufgrund der begrenzten Rechenleistung verfügbarer Computer eine empirische untere Grenze:

$$\delta t > f(\text{verwendeter Computer, Details der Implementierung})$$

Diese vier Ungleichungen definieren einen Parameterbereich, in dem sich üblicherweise eine passende Kombination an Parametern finden läßt. Die Parameter der Simulation, mit der die Messung des Interspezies-Streuquerschnitts ausgewertet wurde, zeigt Tabelle 6.1 auf Seite 54.

7.2. Implementierung

Um akzeptable Fehlergrenzen zu erzielen, muß eine Monte-Carlo Simulation mit vielen verschiedenen Anfangszuständen durchgeführt werden. Dazu wird eine hohe Rechenleistung benötigt. Da die Sektion Physik der LMU über einen leistungsfähigen Rechnerpool auf Basis von Linux verfügt, ist auch die Simulation für diese Umgebung geschrieben worden.

Die verwendete Programmiersprache ist C im ANSI-konformen GNUC-Dialekt. Die einzigen verwendeten Bibliotheken, die nicht zum ANSI-Standard gehören, sind `pvm3.h` für die Parallelisierung sowie `sys/resource.h` und `unistd.h` zur Einstellung der Prozeß-Priorität.

7.2.1. Parallelisierung

Zur Optimierung der Laufzeit können mehrere Rechner parallel genutzt werden. Damit wenig Rechen-Zeit für Kommunikation aufgewendet wird, sollte die anfallende Arbeit möglichst grobgranuliert auf die vorhandenen Rechner verteilt werden. Hier bietet es sich an, auf jedem Prozessor jeweils eine Simulation rechnen zu lassen. So brauchen nur die Anfangsparameter und die Ergebnisse der Messungen übertragen zu werden. Am Ende werden die einzelnen Ergebnisse dann zusammengefaßt.

Das Programm-Paket ist in zwei Teile unterteilt: den "Master", der die Anfangsdaten vorgibt und die Ergebnisse der Simulationen protokolliert, und den "Slave", der mit den Daten des Masters die eigentliche Simulation durchführt. Diese beiden Programme kommunizieren miteinander über das PVM-Protokoll [47], das auf allen wichtigen Rechnerarchitekturen verfügbar ist.

7.2.2. Erzeugung von Zufallszahlen

Bei Monte-Carlo Simulationen ist es wichtig, daß der gewählte Zufallszahlen-Generator wirklich gute pseudo-zufällige Zahlen erzeugt. Es gibt z. B. einen einfachen und schnellen Generator, bei dem aber auf eine sehr kleine Zahl immer eine weitere kleine Zahl folgt. Das könnte in der Simulation zur Folge haben, daß Atome eine Vorzugsrichtung bei der

Streuung erhalten, oder die Anfangsverteilung unsymmetrisch wird, da hier mehrere Zufallszahlen nacheinander benötigt werden. Allgemein muß die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl als Ergebnis zu erhalten, für alle Zahlen im Wertebereich gleich sein (Gleichverteilung), und die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Vorgeschichte sollte möglichst gering sein.

In dieser Arbeit wird der Generator `ran1` aus Referenz [45, Kap. 7.1] verwendet, ein einfacher linearer Zufallszahlen-Generator mit anschließendem Durchmischen. Dieser Algorithmus stellt einen guten Kompromiß zwischen benötigter Rechenzeit und Zufälligkeit des Ergebnisses dar.

Werden gaußverteilte Zufallszahlen benötigt, so werden diese durch eine Implementierung des Box-Muller-Algorithmus (`gasdev` [45, S. 289]) erzeugt. Er übersetzt zwei gleichverteilte Zufallszahlen in zwei gaußverteilte Zufallszahlen, es wird also nur ein Zufallszahlen-Generator benötigt.

7.2.3. Anfangsverteilungen

Die dem Slave vor Beginn der Simulation übertragenen Daten zeigt Tabelle 7.1. Für jedes Atom werden anhand dieser Daten unabhängig voneinander Ort und Geschwindigkeit ausgewürfelt. In den folgenden Gleichungen sind die $x_{\text{Gauß}}$ gaußverteilte Zufallszahlen um den Ursprung mit $\sigma = 1$ (bei jeder Anwendung der Formeln neu zu bestimmen), T sind die Temperaturen auf den einzelnen Achsen, ω sind Fallenfrequenzen und m ist die Masse eines Atoms des entsprechenden Isotops:

$$\mathbf{r}_i := \frac{x_{\text{Gauß}}}{\omega_i} \sqrt{T_i \frac{k_B}{m}} \quad (7.8a)$$

$$\mathbf{v}_i := x_{\text{Gauß}} \sqrt{T_i \frac{k_B}{m}}. \quad (7.8b)$$

Parameter	Wertebereich
Art der Anfangsverteilung	“Im thermischen Gleichgewicht” oder eine “anisotrope Temperaturverteilung”
Zahl der Makro-Atome für jedes Isotop	$\{0 \dots \infty\}^2$
Temperatur	entweder $\in \{0 \dots \infty\}$ oder $\in \{0 \dots \infty\}^3$
Streuquerschnitte σ_{87} , σ_{85} und σ_{87-85}	$\in \{0 \dots \infty\}^3$, bei Makro-Atomen bereits um den entsprechenden Faktor vergrößert
Anfangswert für den Zufallszahlengenerator des Slaves	Aktuelle Zeit

Tabelle 7.1.: An den Slave der Simulation übertragene Anfangs-Daten

Es darf natürlich nicht $\mathbf{r}_i = \mathbf{v}_i/\omega_i$ gerechnet werden, da sonst alle Atome mit hoher kinetischer Energie automatisch auch eine hohe potentielle Energie hätten. Es sind pro Atom *sechs* Zufallszahlen $x_{\text{Gauß}}$ zu bestimmen.

Nach der Berechnung der Anfangspositionen werden für die Bewegung durch analytische Lösung die Bewegungsparameter A und ϕ ermittelt. Danach wird die Zelle bestimmt, in der

sich ein Atom befindet. Jeder Zelle ist eineindeutig eine Zahl zugewiesen, um sehr schnell entscheiden zu können, ob zwei Atome sich in derselben Zelle befinden. Die Liste der Atome wird nach dieser Zahl sortiert, da in der sortierten Liste mögliche Stoßpaare sehr einfach zu identifizieren sind (linearer Anstieg des Aufwands mit der Atomzahl). Bei einer nicht sortierten Liste steigt dagegen der Aufwand quadratisch mit der Zahl der Atome an. Das Sortieren selbst wird mit einer `qsort`-Implementierung durchgeführt, geht also schneller als quadratisch mit der Atomzahl.

7.2.4. Beobachtungsmöglichkeiten

Das Programm implementiert verschiedene “Messungen”, die während der Simulation beliebig oft Daten nehmen können.

Daten des ersten Atoms Hiermit werden Ort und Geschwindigkeit des im Speicher an erster Stelle stehenden Atoms gemessen. Diese Funktion dient der Fehlersuche.

Statistik Diese Funktion nimmt folgende statistische Daten: Zahl der bisher stattgefundenen Stöße; Zahl der bisher überprüften, möglichen Stöße; durchschnittliche Stoßwahrscheinlichkeit; Zahl der Fälle, in denen genau zwei Atome in einer Zelle waren und Zahl der Fälle, in denen mehr als zwei Atome in einer Zelle waren.

Kamera Diese Messung erzeugt jeweils ein Bild der beiden Atomwolken. Die Zellen sind in einem regelmäßigen Rechteck-Gitter angeordnet. Entlang einer der drei Achsen wird zur Berechnung des Bildes über die Atomzahl in den Zellen summiert. Das sich ergebende zwei-dimensionale Feld kann dann noch verkleinert werden, indem benachbarte Felder zu einem Pixel zusammengefaßt werden. Ein Beispiel zeigt Abbildung 7.1.

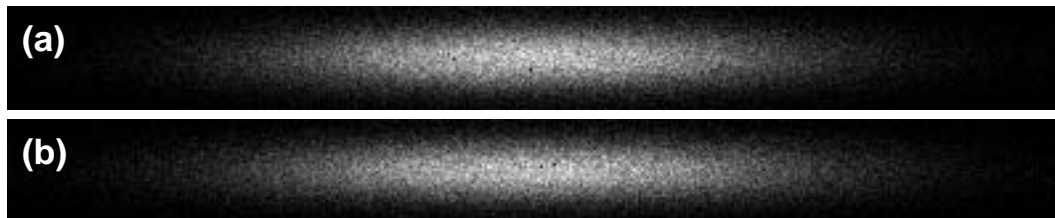


Abbildung 7.1.: Simulierte Kamerabilder mit jeweils 150000 Atomen. Die Kantenlänge der Bilder beträgt jeweils $0,1 \times 1$ mm, die mittlere Temperatur ist $7\mu\text{K}$. Die Bilder unterscheiden sich durch das Temperaturverhältnis in den beiden dargestellten Achsen. **(a)** Temperaturverhältnis=1,2. **(b)** Temperaturverhältnis=1,0.

Temperatur Die Temperatur auf einer Achse wird durch die Standardabweichung der Geschwindigkeit in dieser Achse berechnet. Es gilt:

$$T = \frac{m}{k_B} \left(\frac{1}{N} \sum (v^2) - \frac{1}{N^2} \left(\sum v \right)^2 \right). \quad (7.9)$$

Energie Mißt die Gesamtenergie in der Falle durch Summation über alle Atome.

Zentrums-Intensität Zählt die Teilchen in den Zellen um das Fallenzentrum und bestimmt so die Dichte.

Die Ergebnisse dieser Messungen werden vom Master-Programm für die Weiterverarbeitung aufbereitet.

7.2.5. Überprüfung der Funktionsfähigkeit

Das Programm wurde gründlich auf Funktionsfähigkeit getestet. Unter anderem wurden überprüft:

Qualität der Zufallszahlen Es wurden zwei weitere Zufallszahlen-Generatoren probeweise implementiert und die Ergebnisse der Simulation mit verschiedenen Generatoren verglichen. Im Rahmen der Statistik stimmten die Ergebnisse überein.

Energieerhaltung Die Gesamtenergie wurde über längere Zeiten beobachtet, bei einem einzelnen, bei wenigen und bei vielen Atomen in der Simulation. Die Temperaturen wurden variiert und der Effekt von Stößen überprüft. Die Energie bleibt in allen Fällen erhalten, lediglich beim Betrieb mit dem Runge-Kutta-Algorithmus ergeben sich numerische Fehler, die die Energie während einer typischen Simulation um einen Faktor 10^{-4} ändern.

Harmonizität der Bewegung Die Position eines einzelnen Atoms wurde gegen die Zeit aufgetragen. In allen drei Achsen ergeben sich harmonische Kurvenformen mit der Frequenz wie erwartet gleich der eingestellten Fallenfrequenz. Für die Bewegung durch analytische Lösung der Bewegungsgleichung ist dieser Test überflüssig.

Anfangsverteilung Es wurden Bilder der Anfangsverteilung entlang aller drei Achsen genommen. Weder im Orts- noch im Impulsraum konnte eine Ungleichverteilung der Atome bemerkt werden. Die Temperatur der Anfangsverteilung wurde ermittelt und stimmt im Rahmen der Statistik mit dem jeweils eingestellten Wert überein.

Entscheidung über Stoß Die Zahl der Stöße wurde mit der a-Priori-Abschätzung verglichen. Sind die Anfangsbedingungen so gewählt, daß die in Kapitel 7.1.3 auf Seite 62 genannten Beschränkungen erfüllt sind, stimmt die Stoßzahl mit der Theorie überein.

Isotropie der s-Wellen-Stöße Die Geschwindigkeiten vieler Atome, die vor dem Stoß alle dieselben Parameter hatten, wurden nach einem Stoß aufgetragen. Die sich ergebende Verteilung war kugelförmig und hatte konstante Dichte, die Stöße erfolgten also isotrop.

Beobachtung per "Video" Eine Relaxation wurde auf Bildern festgehalten. Die Einzelbilder, zu einem Video zusammengefaßt, entsprechen genau den Bildern des Experiments. Simulation und Realität stimmen also so weit überein.

8. Ausblick

In dieser Arbeit wurde gezeigt, daß sympathisches Kühlen effizient und schnell zum Erreichen ultrakalter Temperaturen für bisher als nur schwer kühlbar geltende Atomsorten eingesetzt werden kann. Darüber hinaus wurde ein Weg zur Erzeugung gemischter ultrakalter Gase aufgezeigt.

Als nächster Schritt sollte das ^{85}Rb -Isotop kondensiert werden. Dazu muß das ^{85}Rb nur noch in den $F=2$ -Zustand transferiert werden, um die inzwischen vermessene Feshbach-Resonanz bei 160 Gauß [6, 43] ausnutzen zu können. Durch ein entsprechend hohes Magnetfeld wird dann die Streulänge a_{85} positiv und ein stabiles ^{85}Rb -Kondensat kann sich bilden.

Dies bietet die Möglichkeit, zwei Bose-Einstein-Kondensate (*BEC*) verschiedener Spezies gleichzeitig in einer Falle zu fangen und zu manipulieren. Neben der ^{85}Rb -Feshbach-Resonanz wird auch eine Feshbach-Resonanz im Interspezies-Streuquerschnitt vorhergesagt [4], die es erstmals erlauben würde, die Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Kondensaten einzustellen. Das Verhalten der beiden Kondensate bei verschiedenen Verhältnissen der Streuquerschnitte $\sigma_{87}:\sigma_{85}$ und bei verschiedenen Werten der Interspezies-Streulänge a_{87-85} ist bisher nicht untersucht worden und sollte hoch interessante topologische Phänomene in der Anordnung der Kondensate zueinander zeigen.

Durch sympathisches Kühlen wird auch der Bereich der ultrakalten Moleküle erschlossen: bisherige Limitation auf dem Weg zum Molekül-*BEC* ist, daß Moleküle nur sehr schwer zu fangen sind, ein Fangen in der *MOT* ist praktisch unmöglich. Sind jedoch Moleküle erst einmal in der Magnetfalle gefangen (z. B. durch kaltes Helium-Hintergrundgas), so sind sie durch sympathisches Kühlen leicht auf ultrakalte Temperaturen zu bringen. Hier stellt sich die interessante Frage: “Können komplexe Teilchen überhaupt ein Bose-Einstein-Kondensat bilden?”

Die zweite *BEC*-Apparatur des Lehrstuhls Hänsch, an der auch die in dieser Arbeit vorgestellten Experimente durchgeführt wurden, wurde inzwischen mit einem drei-dimensionalen optischen Stehwellen-Gitter bei 850 nm (70 nm rot verstimmt) ausgerüstet [48]. Ein Bild eines expandierten 2D-Gitters zeigt beispielhaft Abbildung 8.1 auf der nächsten Seite. Wir sind zuversichtlich, in nächster Zeit das Regime der Mott-Phase [49] zu erreichen, in der jeder Gitterplatz von nur einem Atom belegt ist. Das Verhalten beim Durchstimmen der Streulänge durch die Feshbach-Resonanz für ^{85}Rb kann dann ein zentrales Hilfsmittel zum Verständnis des Effekts sein. Denn dadurch wäre es möglich, die Wechselwirkungsenergie innerhalb eines Potential-Töpfchens unabhängig vom Tunnelmatrixelement zwischen verschiedenen Töpfchen zu regeln.

Auch ein mehr-komponentiges System in der Mott-Phase zu realisieren und zu untersuchen, ist eine große Herausforderung. Mischen die Komponenten sich einfach oder gibt es Parameter-Bereiche, für die sich die beiden Isotope trennen? Im getrennten Fall: Wie zusammenhängend sind die beiden Regionen, was ist die typische Cluster-Größe?

Um die in Kapitel 6.1.3 auf Seite 50 angesprochenen Atomzahl-Schwankungen der Zweifach-*MOT* zu überwinden, soll in Zukunft ein Ti:Saphir-Laser mit einer Ausgangsleistung von $> 1,2\text{ W}$ eingesetzt werden. Dieser wird sowohl das ^{87}Rb -*MOT*-Licht als auch über einen mit $1,13\text{ GHz}$ betriebenen elektro-optischen Modulator das ^{85}Rb -*MOT*-Licht erzeugen. Als weiterer Nutzeffekt nimmt die Leistung der *MOT*-Strahlen um fast eine Größenordnung zu, so daß auch die Zahl der Atome im Kondensat zunehmen sollte, sowohl im gemischten als auch im ein-isotopigen Betrieb.

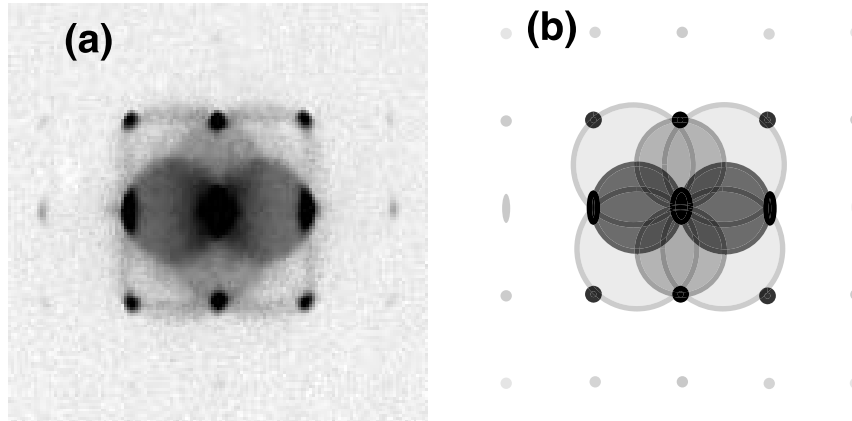


Abbildung 8.1.: **(a)** Ein *BEC* im 2D-Gitter nach ballistischer Expansion. Das Kondensat wurde durch das Gitter in einige 10^3 Einzel-Kondensate aufgeteilt, die nun miteinander interferieren. Zu sehen sind die ersten und teilweise auch die zweiten Ordnungen der Interferenz. Die Kreisflächen entstehen durch *s*-Wellen-Streuung der Beugungsordnungen. Das Bild zeigt eine Mittelung über fünf Einzel-Aufnahmen. **(b)** Graphische Illustration der *s*-Wellen-Streukugeln und der einzelnen Impulskomponenten.

A. Daten für Rubidium

Die wichtigsten Eigenschaften der beiden Rubidium-Isotope zeigt Tabelle A.1. Dabei ist a_0 der Bohr'sche Radius $a_0 = 0,529 \times 10^{-10}$ m.

		^{87}Rb	^{85}Rb	Einheit
Natürliche Isotopenhäufigkeit		27,83	72,17	%
Kernspin	I	3/2	5/2	
Masse	m	86,9092	84,9118	u
Halbwertszeit	$\Gamma_{1/2}$	$4,8 \times 10^{10}$	(stabil)	a
Kernmagnetischer g -Faktor	g_I	-0,0009951414		
Vakuumwellenlänge D ₁ -Linie	λ_{D1}	794,979		nm
Vakuumwellenlänge D ₂ -Linie	λ_{D2}	780,241	780,24	nm
Linienbreite der D ₁ -Linie	Γ_{D1}	$2\pi \times 5,58$		MHz
Linienbreite der D ₂ -Linie	Γ_{D2}	$2\pi \times 6,01$	5,95	MHz
Lebensdauer $ 5^2P_{1/2}\rangle$		28,5		ns
Lebensdauer $ 5^2P_{3/2}\rangle$		26,5		ns
Sättigungsintensität	I_{sat}	1,654	1,64	mW/cm ²
Hyperfeinaufspaltung Grundzustand	ν_{HFS}	6834,6826128	3037,730	MHz
Triplet-Streulänge	a_T	+106±4	-369±16	a_0
Singlet-Streulänge	a_S	+90±1	+2400 ⁺⁶⁰⁰ ₋₃₅₀	a_0
$ F = 1, m_F = -1\rangle$ -Streulänge	a	103±5		a_0
Dreikörper-Verlustrate	K_3	$4,3 \times 10^{-29}$		cm ⁶ /s

Tabelle A.1.: Daten für ^{87}Rb und ^{85}Rb

Die Termschemata der beiden Isotope zeigen die Abbildungen A.1 und A.2 auf der nächsten Seite.

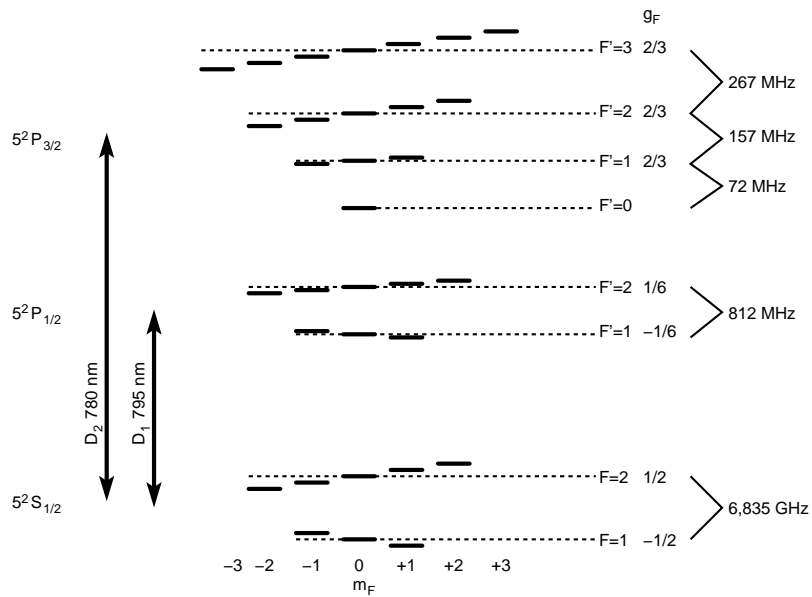


Abbildung A.1.: Termschema für ^{87}Rb mit eingetragenen Landé- g_F -Faktoren und Zeeman-Aufspaltungen.

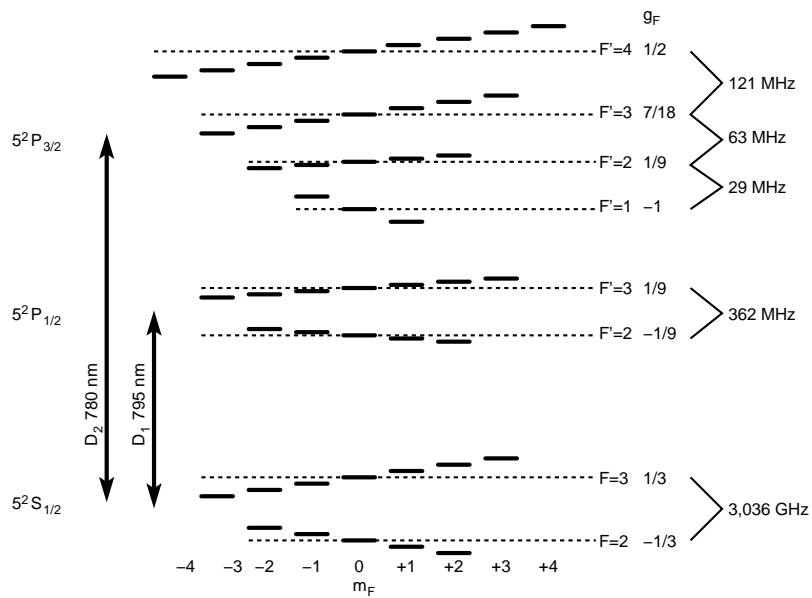


Abbildung A.2.: Termschema für ^{85}Rb mit eingetragenen Landé- g_F -Faktoren und Zeeman-Aufspaltungen.

B. Abkürzungsverzeichnis

- AOM** : **Akusto-Optical Modulator**
In einem Kristall wird mit einer Schallwelle hoher Frequenz eine Gitterstruktur in der optischen Dichte erzeugt. Ein in den *AOM* einfallender Laserstrahl kann daran gebeugt werden und die abgebeugten Strahlen sind in ihrer Frequenz um \pm die Frequenz der Schallwelle verschoben.
- BEC** : **Bose-Einstein-Condensate**
Bei diesem Materiezustand wird der mittlere Abstand der Atome so klein, daß die Materiewellen der einzelnen ultrakalten Teilchen miteinander wechselwirken können. In einem *BEC* befinden sich alle Atome im Grundzustand und haben eine gemeinsame Wellenfunktion. Einen Überblick über das Gebiet gibt Referenz [14].
- CCD** : **Charge Coupled Device**
Kamera-Chip. Die von uns verwendeten Kameras sind (im Vergleich zu Video-Kameras) nicht auf schnelles Auslesen der Bilder, sondern auf kleine Dunkelströme und hohe Quanteneffizienz optimiert.
- DSMC** : **Direct Simulation Monte-Carlo**
Simulationen, die zufällig gewählte Anfangszustände im Phasenraum in Schritten propagieren.
- GPE** : **Gross-Pitaevskii Equation**
Nichtlineare Schrödingergleichung, in der Stöße zwischen den Atomen als ausgeschmierte Wechselwirkung modelliert werden [50, 51].
- LC** : **Liquid Cristal**
Flüssig-Kristall, bekannt aus den Anzeigen verschiedenster elektronischer Geräte.
- MOSFET**: **Metaloxide-Semiconductor Fieldeffect Transistor**
Spannungsgetriebener Transistor, dessen Widerstand durch die Spannung über einer Oxidschicht bestimmt wird. Die zur Ansteuerung benötigte Leistung ist dabei unabhängig von der geschalteten Leistung, lediglich die Schaltfrequenz ist ausschlaggebend.
- MOT** : **Magneto-Optical Trap**
In einer magneto-optischen Falle werden Teilchen — durch Einstrahlen von gegen einen Übergang rotverstimmtten Licht unter Ausnutzung einer ortsabhängigen Zeeman-Aufspaltung — gekühlt und gefangen [52].

- PVM** : **Parallel Virtual Machine**
Eine Schnittstelle zum Austausch von Nachrichten und Daten zwischen verschiedenen Prozessen. Dabei spielt es keine Rolle, ob die Prozesse auf demselben Rechner, unter dem selben Betriebssystem oder überhaupt auf Maschinen mit gleicher Zahlenrepräsentation laufen. *PVM* ist auf praktisch jede Rechnerarchitektur portiert worden [47].
- QUIC** : **Quadrupol-Ioffe-Configuration**
Eine rein magnetische Falle für neutrale Atome, die einerseits einen angenähert harmonischen Potentialverlauf hat, andererseits aber mit nur drei Spulen realisiert wird. Näher beschrieben in Referenz [21].
- RF** : **Radio-Frequency**
Elektro-magnetische Welle mit Frequenzen $\lesssim 500$ MHz
- TA** : **Tapered Amplifier**
Leistungsfähiger Laser(-Verstärker) auf der Basis einer trapezförmigen Laserdiode.
- UHV** : **Ultra-High-Vacuum**
Vakua mit Drücken von $\lesssim 10^{-10}$ mbar.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich ganz herzlich bei all jenen bedanken, die mitgeholfen haben, diese Arbeit auf ihren Weg zu bringen. Ganz besonders gilt dies für:

Immanuel Bloch und Markus Greiner, bei denen ich nicht nur eine ganze Menge über die Physik lernte, sondern auch über mich selbst. Die gemeinsame Arbeit im Labor und ihre ausgewogene Mischung aus schnellem Vorstoßen zu neuen Messungen und Sorgfalt an zentralen Stellen ist eine enorme Hilfe gewesen. Mitglied dieser produktiven und fähigen Arbeitsgruppe zu sein, empfinde ich als echtes Privileg. Tilman Esslinger, für seine Geduld bei unseren Diskussionen um die Hintergründe meiner Arbeit. Er hat mich mit seiner humorvollen, schwäbischen Art immer daran erinnert, warum ich mich für Physik entschied: Spaß soll es machen. Prof. T. W. Hänsch, der mir mit der Fülle seines Wissens und seinem intuitiven Verständnis der Physik ein Ansporn ist.

Christian Kurtsiefer, dem hiesigen Alpha-Geek¹. Wenn es nicht in den man-pages oder in einem der HOWTOs steht, dann kann ich immer ihn fragen und sicher sein, die Lösung oder wenigstens die entsprechende Dokumentation zu bekommen. Allen anderen Mitgliedern des Lehrstuhls, die zu der einzigartigen, motivierenden Atmosphäre beitragen. Speziell bei Michael Köhl für die Ruhe, mit der er etwas erklären kann und bei Tim Rom mit seinen vielen Fragen, die mir immer wieder eigene Wissenslücken aufzeigten, möchte ich mich bedanken.

Anton Scheich, dem Elektroniker des Lehrstuhls: keine Spezifikation, die ihm zu schwer wäre; keine Schaltung, die er nicht noch verbessern könnte. Gabriele Gschwendtner, unserer Sekretärin, für ihre Hilfe bei praktisch allem, was nicht mit Physik zu tun hat, besonders der Reise-Verwaltung und dem Einkauf. Nicole Schmidt, unserer technischen Assistentin, für die Hilfe bei diversen Problemen des Alltags.

Dr. C. O. Weiß, der mir nach dem Abitur und während des Grundstudiums die Gelegenheit gab, erstmals "echte Physik" zu erleben, und der mir auch zeigte, daß die Beschäftigung mit Physik durchaus nicht so weltfremd ist, wie ich bis dahin annahm. Er war es auch, der mich dazu ermutigte und dabei unterstützte, in München nach einer Arbeitsgruppe zu suchen.

Außerdem möchte ich mich bei Linus Torvalds, Alan Cox, Richard M. Stallman, Adam L. Beguelin, Al Geist, Donald E. Knuth und unzähligen anderen bedanken, die die Rechnerumgebung überhaupt erst möglich machten, mit der diese Arbeit erstellt wurde. Auf keinen Fall vergessen werden darf natürlich Tux. :-)

Meinen Eltern Marlene und Peter Mandel und meinem Bruder Nils, die seit einem Jahr nicht mehr viel anderes als *BEC*, Atomfallen, Veröffentlichung und ein gelegentliches Linux von mir hören. Ich danke euch für euer Verständnis und gelobe Besserung.



¹vgl. <http://ars.userfriendly.org/cartoons/?id=20001007>

Literaturverzeichnis

- [1] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN und E. A. CORNELL: *Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor*. Science, **269**: 198, 1995.
- [2] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLETT und R. G. HULET: *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*. Physical Review Letters, **75**: 1687, 1995.
- [3] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN und W. KETTERLE: *Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms*. Physical Review Letters, **75**: 3969, 1995.
- [4] JAMES P. BURKE, JR., JOHN L. BOHN, B. D. ESRY und CHRIS H. GREENE: *Prospects for Mixed-Isotope Bose-Einstein Condensates in Rubidium*. Physical Review Letters, **80**: 2097, 1998.
- [5] ELIZABETH A. DONLEY, NEIL R. CLAUSSEN, SIMON L. CORNISH, JACOB L. ROBERTS, ERIC A. CORNELL und CARL E. WIEMAN: *Dynamics of collapsing and exploding Bose-Einstein condensates*. Nature, **412**: 295, 2001.
- [6] S. L. CORNISH, N. R. CLAUSSEN, J. L. ROBERTS, E. A. CORNELL und C. E. WIEMAN: *Stable ^{85}Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tuneable Interactions*. Physical Review Letters, **85**: 1795, 2000.
- [7] IMMANUEL BLOCH, MARKUS GREINER, OLAF MANDEL, THEODOR W. HÄNSCH und TILMAN ESSLINGER: *Sympathetic cooling of ^{85}Rb and ^{87}Rb* . Physical Review A, **64**: 021402, 2001.
- [8] JR. JAMES P. BURKE und JOHN L. BOHN: *Ultracold scattering properties of the short-lived Rb isotopes*. Physical Review A, **59**: 1303, 1999.
- [9] J. DALIBARD: *Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases*. In: *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases*, Band 140 der Reihe *International School of Physics Enrico Fermi*, Seite 321, 1999.
- [10] D. J. HEINZEN: *Ultracold atomic interactions*. In: *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases*, Band 140 der Reihe *International School of Physics Enrico Fermi*, Seite 351, 1999.

- [11] S. INOUE, M. R. ANDREWS, J. STENGER, H.-J. MIESNER, D. M. STAMPER-KURN und W. KETTERLE: *Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate*. Nature, **392**: 151, 1998.
- [12] FRANCO DALFOVO, STEFANO GIORGINI, LEV P. PITAEVSKII und SANDRO STRINGARI: *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*. Review of Modern Physics, **71**: 463, 1999.
- [13] A. L. FETTER: *Theory of a dilute low-temperature trapped Bose condensate*. Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases, IOS Press, 1998.
- [14] W. KETTERLE, D. S. DURFEE und D. M. STAMPER-KURN: *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*. Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases, IOS Press, 1999.
- [15] M. D. BARRETT, J. A. SAUER und M. S. CHAPMAN: *All Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters, **87**: 010404, 2001.
- [16] RUDOLF GRIMM, MATTHIAS WEIDEMÜLLER und YURII B. OVCHINNIKOV: *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*. Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics, **42**: 95, 2000. siehe auch: e-print, physics/9902072.
- [17] W. D. PHILLIPS: *Laser cooling and trapping of neutral atoms*. Reviews of Modern Physics, **70**: 721, 1998.
- [18] Y. V. GOTT ET AL. Nucl. Fusion, **Pt.3**: 1045, 1962 Suppl.
- [19] D. E. PRITCHARD: *Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy*. Physical Review Letters, **51**: 1336, 1983.
- [20] T. BERGEMAN, G. EREZ und H. METCALF: *Magnetostatic trapping fields for neutral atoms*. Physical Review A, **35**: 1535, 1987.
- [21] T. ESSLINGER, I. BLOCH und T. W. HÄNSCH: *Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap*. Physical Review A, **58**: R2664, 1998.
- [22] W. KETTERLE und N. J. VAN DRUTEN: *Evaporative Cooling of Trapped Atoms*. Advances in Atomic and Molecular, and Optical Physics, **37**: 181, 1996.
- [23] IMMANUEL FELIX BLOCH: *Atomlaser und Phasenkohärenz atomarer Bose-Einstein-Kondensate*. Doktorarbeit, Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München, 2000.
- [24] MARKUS GREINER: *Magnetischer Transfer von Atomen; ein Weg zur einfachen Bose-Einstein-Kondensation*. Diplomarbeit, Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München, 2000.

- [25] MARKUS GREINER, IMMANUEL BLOCH, THEODOR W. HÄNSCH und TILMAN ES-
SLINGER: *Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance*. Physical
Review A, **63**: 031401, 2001.
- [26] A. ROBERT, O. SIRJEAN, A. BROWAEYS, J. POUPARD, S. NOWAK, D. BOIRON,
C. I. WESTBROOK und A. ASPECT: *A Bose-Einstein condensate of metastable atoms*.
Science, **292**: 461, 2001.
- [27] C. J. MYATT, N. R. NEWBURY, R. W. GHRIST, S. LOUTZENHISER und C. E. WIE-
MAN: *Multiply loaded magneto-optical trap*. Optics Letters, **21**: 290, 1996.
- [28] L. RICCI, M. WEIDEMÜLLER, T. ESSLINGER, A. HEMMERICH, C. ZIMMERMANN,
V. VULETIC, W. KÖNIG und T. W. HÄNSCH: *A Compact Grating-Stabilized Diode
Laser System for Atomic Physics*. Optics Communication, **117**: 541, 1995.
- [29] OLAF MANDEL: *Phasenstarr gekoppelte Diodenlaser bei 6,8 GHz*. Interner Bericht,
Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München, 1999.
- [30] T. W. HÄNSCH, M. D. LEVENSON und A. L. SCHAWLOW: *Complete Hyperfine Struc-
ture of a Molecular Iodine Line*. Physical Review Letters, **26**: 946, 1971.
- [31] AXEL SCHENZLE, RALPH G. DEVOE und RICHARD G. BREWER: *Phase-modulation
laser spectroscopy*. Physical Review A, **25**: 2606, 1982.
- [32] G. C. BJORKLUND, M. D. LEVENSON, W. LENTH und C. ORITZ: *Frequency modu-
lation (FM) spectroscopy. Theory of lineshapes and signal-to-noise analysis*. Applied
Physics B, **32**: 145, 1983.
- [33] U. SCHÜNEMANN, H. ENGLER, R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER und M. ZIELON-
KOWSKI: *Simple scheme for tunable frequency offset locking of two lasers*. Review of
Scientific Instruments, **70**: 242, 1999.
- [34] ARMIN ZACH: *Entwicklung und Aufbau eines frequenzstabilen, schmalbandigen Tra-
pez-Diodenlaser-Verstärker-Systems mit hoher Ausgangsleistung*. Diplomarbeit, Fach-
hochschule Ulm, 1998.
- [35] G. FERRARI, M.-O. MEWES, F. SCHRECK und C. SALOMON: *High-power multime-
frequency narrow-linewidth laser source based on a semiconductor tapered amplifier*.
Optics Letters, **24**: 151, 1999.
- [36] MACIEJ LEWENSTEIN, IGNACIO CIRAC und PETER ZOLLER: *Master equation for
sympathetic cooling of trapped particles*. Physical Review A, **51**: 4617, 1995.
- [37] S. G. CRANE, X. ZHAO, W. TAYLOR und D. J. VIEIRA: *Trapping an isotopic mixture
of fermionic ^{84}Rb and bosonic ^{87}Rb atoms*. Physical Review A, **62**: 011402, 2000.
- [38] F. SCHRECK, G. FERRARI, K. L. CORWIN, H. CUBIZOLLES, L. KHAYKOVICH, M.-
O. MEWES und C. SALOMON: *Sympathetic cooling of bosonic and fermionic lithium
gases towards quantum degeneracy*. Physical Review A, **64**: 011402, 2001.

- [39] D. R. TILLEY und J. TILLEY: *Superfluidity and Superconductivity*. IOP, London, 1994.
- [40] J. M. VOGELS, C. C. TSAI, R. S. FREELAND, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, B. J. VERHAAR und D. J. HEINZEN: *Prediction of Feshbach resonances in collisions of ultracold rubidium atoms*. Physical Review A, **56**: R1067, 1997.
- [41] C. R. MONROE, E. A. CORNELL, C. A. SACKETT, C. J. MYATT und C. E. WIEMAN: *Measurement of Cs-Cs Elastic Scattering at $T=30 \mu K$* . Physical Review Letters, **70**: 414, 1993.
- [42] C. R. MONROE, E. A. CORNELL, C. A. SACKETT, C. J. MYATT und C. E. WIEMAN: *Measurement of Cs-Cs elastic scattering at $T=30 \mu K$* . Physical Review Letters, **70**: 414, 1993.
- [43] J. L. ROBERTS, N. R. CLAUSSEN, J. P. JR. BURKE, C. H. GREEN, E. A. CORNELL und C. E. WIEMAN: *Resonant Magnetic Field Control of Elastic Scattering in Cold ^{85}Rb* . Physical Review Letters, **81**: 5109, 1998.
- [44] G. A. BIRD: *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*. Oxford Science Publication, 1994.
- [45] WILLIAM H. PRESS, SAUL A. TEUKOLSKY, WILLIAM T. VETTERLING und BRIAN P. FLANNERY: *Numerical Recipes in C; The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2. Auflage, 1995.
- [46] D. GUÉRY-ODELIN, J. SÖDLING, P. DESBIOLLES und J. DALIBARD: *Strong evaporative cooling of a trapped cesium gas*. Optics Express, **2**: 323, 1998.
- [47] *PVM: Parallel Virtual Machine*. Beginn der Entwicklung 1989 am Oak Ridge National Laboratory. Homepage des Projekts: <http://www.csm.ornl.gov/pvm/>.
- [48] MARKUS GREINER, IMMANUEL BLOCH, OLAF MANDEL, THEODOR W. HÄNSCH und TILMAN ESSLINGER: *Exploring phase coherence in a 2D lattice of Bose-Einstein condensates*. eprint, cond-mat/0105105, 2001. Zur Veröffentlichung in Physical Review Letters akzeptiert.
- [49] D. JAKSCH, C. BRUDER, J. I. CIRAC, C. W. GARDINER und P. ZOLLER: *Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices*. Physical Review Letters, **81**: 3108, 1998.
- [50] V. L. GINZBURG und L. P. PITAEVSKII: *On the Theory of Superfluidity*. Soviet Physics JETP, **7**: 858, 1958.
- [51] E. P. GROSS: *Structure of a Quantized Vortex in Boson Systems*. Nuovo Cimento, **20**: 451, 1961.
- [52] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU und D. E. PRITCHARD: *Trapping of Neutral-Sodium Atoms with Radiation Pressure*. Physical Review Letters, **59**: 2631, 1987.

Abbildungsverzeichnis

1.1. Streuquerschnitte von Rubidium	8
2.1. Zwei "gleiche" Stöße	13
2.2. Van der Waals-Potential	16
2.3. Feshbach-Resonanz	16
2.4. Thomas-Fermi-Näherung	17
3.1. Prinzip der <i>MOT</i>	21
3.2. Ablauf der Evaporation	23
3.3. Absorptionsabbildung	25
4.1. Foto der Apparatur	28
4.2. Skizze Vakuum-Kammer	30
4.3. Skizze Diodenlaser	30
4.4. Schaltung Diodenlaser	32
4.5. Prinzip der Sättigungsspektroskopie	32
4.6. Funktionsweise der <i>RF</i> -Stabilisierung	33
4.7. Skizze der Spektroskopie	33
4.8. ^{85}Rb -Spektren, $F=3$	34
4.9. Zusammenfassung des experimentellen Ablaufs	37
4.10. Skizze <i>TA</i>	37
4.11. Übersicht über den optischen Aufbau	38
4.12. Umpump-Übergänge	40
4.13. Anordnung der Transfer-Spulen	41
5.1. Selektivität der Evaporation	44
5.2. Ende der Evaporation	45
5.3. Ultrakaltes ^{85}Rb	47
6.1. Konzept der Stoßquerschnittsmessung	49
6.2. Messung der Fallenfrequenzen	51
6.3. Graphen der Simulation	55
6.4. Graphen der Messdaten	57
7.1. Simulierte Kamerabilder	65
8.1. 2D-Gitter	68

A.1. Termschema für ^{87}Rb	70
A.2. Termschema für ^{85}Rb	70

Tabellenverzeichnis

4.1. Pulsfolge bei Abbildung	41
6.1. Parameter der Simulation	54
6.2. Ergebnisse aus der Simulation	54
6.3. Ergebnisse aus der Messung	56
7.1. An den Slave der Simulation übertragene Anfangs-Daten	64
A.1. Rubidium-Daten	69

Index

- Absorptions-Abbildung, 23, 41
 - Auswertung, 24
- analytische Bewegung, 61
- Anfangsverteilungen, 64, 66
- Atomfallen, 19
- Atomzahl
 - Absorptions-Abbildung, 24
- Auslenkung, 52
- Auswertung Absorptions-Abbildung, 24

- BCS-Übergang, 43
- BEC*, 25, 46
 - Theorie, 15
- Beobachtung, 23, 41, 65
- Bewegung, 60, 66
- Bewegungsgleichung, 60

- Debugging, 66
- Differenzfrequenz-Stabilisierung, 31
- Diodenlaser, 29
- DSMC*, 59

- Eulersches Einzelschritt-Verfahren, 60
- evaporatives Kühlen, 22
 - selektiv, 44
- Experiment-Zyklus, 36

- Falle, 19, 21, 22
- Fallen-Lebensdauer, 50
- Fallenfrequenzen, 50
- Fasern, 35
- Feshbach-Resonanzen, 14

- gaußverteilte Zufallszahlen, 63, 64
- Geschwindigkeitsklassen, 29
- Glasfasern, 35
- GPE*, 15

- Hamilton-Operator, 11
- Heizen, parametrisch, 50
- Hintergrundgas, 50

- Implementierung, 63
- Injektion, 36
- Ioffe-Pritchard-Falle, 22
- Ionen-Getter-Pumpen, 28
- Isotopen-Gemisch, 35
- Isotopenselektivität, 44

- Kühlen
 - evaporativ, 22, 44
 - Melasse, 20
 - sympathetisch, 43
- kritische Phasenraumdichte, 19

- Larmorfrequenz, 21
- Lasersystem
 - Diodenlaser, 29
 - Erweiterung, 35
 - Stabilisierung, 29
 - Tapered Amplifier, 36
- LC*-Phasenschieber, 36
- Lebensdauer, 50
- Lock, 29

- Magnetfalle, 21, 22
- magnetischer Transport, 27, 39
- Majorana-Übergang, 21
- Makro-Atome, 59
- Mean-Field, 15
- Melasse, 20, 39
- Messung, 49, 52
 - Auswertung, 53
 - Lebensdauer, 50
 - Streuquerschnitt, 56

- Vorbereitung, 50
- Mischmoden, 50
- Monte-Carlo, 59
- MOT*, 19, 20, 35, 36
- Netzteile, 27
- Offset-Lock, 31
- optische Säulendichte, 24
- Parallelisierung, 63
- Parameter, 62
- parametrisches Heizen, 50
- Phasenraumdicke, kritische, 19
- Portierbarkeit, 63
- Pumpen, 28
- PVM*, 63
- `qsort`, 64
- Quadrupol-Falle, 21
- QUIC*-Falle, 22
- radiale Schrödingergleichung, 12
- Radiofrequenz-Stabilisierung, 31
- Ratengleichung, 53
- ^{84}Rb , 43
- ^{85}Rb -*BEC*, 46
- Relaxation, 52
- Resonanzen, 14
- RF*-Lock, 31
- Runge-Kutta, 60
- s*-Wellen-Stöße, 13
- Sättigungs-Spektroskopie, 29
- Säulendichte, optische, 24
- Schrödingergleichung, radial, 12
- Schutzschalung, 29
- Simulation, 59
 - Anfangsverteilungen, 64
 - Auswertung, 54
 - Beobachtung, 65
 - Bewegung, 60
 - Implementierung, 63
 - Parallelisierung, 63
 - Parameter, 62
 - Stöße, 62
 - Spektroskopie, 29
 - Spin-Polarisation, 39
 - Stöße, Theorie, 11
 - Stabilisierung, 29
 - Stabilität, 50
 - Stoßberechnung, 62, 66
 - Stoßwahrscheinlichkeit, 62
 - Strahllauf, 36
 - Streuamplitude, 12
 - Streulänge, 14
 - Streuphase, 12
 - Streupotential, 11, 14
 - Streuquerschnitt, 53
 - Definition, 12
 - endgültige Form, 14
 - ununterscheidbare Teilchen, 13
 - Symmetrien, 12
 - sympathetisches Kühlen, 43
 - TA*, 36
 - Tapered Amplifier, 36
 - Techniken, experimentell, 19
 - Temperatur
 - Absorptions-Abbildung, 24
 - Termschema, 70
 - Theorie, 11
 - sympathetisches Kühlen, 43
 - Thomas-Fermi-Näherung, 15
 - Timing, 36, 41
 - Titan-Sublimator, 28
 - Transport, magnetisch, 39
 - Überblick Experiment, 36
 - Umladen, 39
 - Umschalter, 27
 - Vakuum, 28
 - Van der Waals-Potential, 14
 - Zentrifugalkraft, 13
 - Zufallszahlen, 63, 66
 - Zwei-modiger Betrieb, 36, 39
 - Zweifach-*MOT*, 36